PANDUAN MATERI SMP/MTs
UJIAN AKHIR NASIONAL
TAHUN PELAJARAN 2003/2004

M A T E M A T I K A

Pusat Penilaian Pendidikan
Badan Penelitian dan Pengembangan
Departemen Pendidikan Nasional
Tahun 2004

KATA PENGANTAR

Keputusan Menteri Pendidikan Nasional No. 153/U/2003, tanggal 14 Oktober 2003, tentang Ujian Akhir Nasional Tahun Pelajaran 2003/2004, antara lain menetapkan bahwa dalam pelaksanaan ujian akhir nasional ada mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh pusat dan ada mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh sekolah. Mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh pusat untuk SMP dan MTs adalah mata pelajaran Bahasa Indonesia, Bahasa Inggris, dan Matematika. Naskah soal tiga mata pelajaran ini disiapkan oleh Pusat Penilaian Pendidikan (Puspendik). Selain dari tiga mata pelajaran tersebut naskah soalnya disiapkan oleh sekolah/madrasah.

Berkaitan dengan hal tersebut, Pusat Penilaian Pendidikan menyiapkan buku panduan materi untuk mata pelajaran-mata pelajaran yang naskah soalnya disiapkan oleh pusat. Buku ini memuat uraian tentang hal-hal sebagai berikut.

1. Gambaran umum.
2. Standar kompetensi lulusan.
3. Ruang lingkup, ringkasan materi, beserta latihan dan pembahasannya.

Buku panduan materi ujian ini dimaksudkan untuk memberi arah kepada guru dan siswa tentang materi yang akan diujikan berkaitan dengan berbagai kompetensi lulusan dalam mata pelajaran-mata pelajaran tersebut. Dengan adanya buku panduan materi ujian ini, diharapkan para guru dapat menyelenggarakan proses pembelajaran yang lebih terarah, dan para siswa dapat belajar lebih terarah pula. Dengan demikian, diharapkan para siswa dapat mencapai hasil ujian yang sebaik mungkin.

Semoga buku ini bermanfaat bagi berbagai pihak dalam rangka meningkatkan mutu proses dan hasil belajar siswa.

Jakarta, Desember 2003
Kepala Pusat Penilaian Pendidikan,

Bahrul Hayat, Ph.D.
NIP 131602652

DAFTAR ISI

Halaman

GAMBARAN UMUM

- Pada ujian nasional tahun pelajaran 2003/2004, bentuk tes Matematika tingkat SMP/MTs berupa tes tertulis dengan bentuk soal pilihan ganda, sebanyak 40 soal dengan alokasi waktu 120 menit.
- Acuan yang digunakan dalam menyusun tes ujian nasional adalah kurikulum 1994 beserta suplemennya, dan standar kompetensi lulusan.
- Materi yang diujikan untuk mengukur kompetensi tersebut meliputi: diagram Venn; relasi dan pemetaan; bilangan pecahan; kuadrat dan akar kuadrat bilangan; pola dan barisan bilangan; aritmetika sosial; bentuk aljabar; trigonometri; logaritma; perbandingan senilai dan berbalik nilai; hubungan waktu, jarak, dan kecepatan; persamaan linear dua peubah; fungsi kuadrat dan grafiknya; persamaan kuadrat; simetri; teorema Phytagoras, lingkaran, keliling, luas, kesebangunan, jaring-jaring, volum, ukuran pemusatan, sudut, garis-garis sejajar, transformasi.

Standar Kompetensi Lulusan

1. Siswa mampu memahami konsep dan operasi himpunan, relasi, dan grafik, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
2. Siswa mampu memahami konsep dan operasi hitung bilangan, bentuk aljabar, perbandingan, trigonometri, logaritma, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
3. Siswa mampu memahami konsep persamaan, pertidaksamaan, dan fungsi, serta mampu menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.
4. Siswa mampu memahami konsep bangun datar dan bangun ruang, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
5. Siswa mampu mengolah, menyajikan, dan menafsirkan data, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
6. Siswa mampu memahami konsep sudut, garis-garis sejajar, serta mampu menggunakannya dalam menyelesaikan masalah.
7. Siswa mampu memahami konsep transformasi, serta mampu menggunakannya dalam menyelesaikan masalah.

RUANG LINGKUP DAN RINGKASAN MATERI

KOMPETENSI 1

Siswa mampu memahami konsep dan operasi himpunan, relasi, dan grafik, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

Ruang Lingkup

Operasi pada himpunan, relasi, pemetaan dan grafik.

Ringkasan Materi

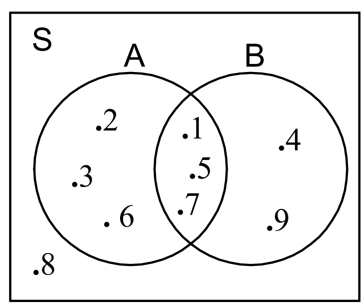
Himpunan

Yang termasuk operasi pada himpunan antara lain irisan dan gabungan.
Irisan antara himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua anggota A dan juga menjadi anggota B.
Notasi untuk irisan adalah " $\cap$ ".

Contoh 1:

Anggota A = {1,2,3,5,6,7}
Anggota B = {1,4,5,7,9}
Anggota A dan juga anggota B,
adalah 1,5, dan 7, ditulis :
$A \cap B = \{1,5,7\}$

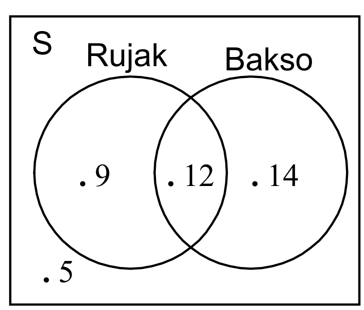
Yang bukan anggota A maupun B adalah 8.



Contoh 2:

Siswa yang senang makan:
- rujak = 12 + 9 = 21 orang
- bakso = 12 + 14 = 26 orang
- rujak dan bakso = 12 orang

Siswa yang tidak senang makan rujak maupun bakso = 5 orang



Banyak siswa seluruhnya adalah = 9 + 12 + 14 + 5 = 40 orang.

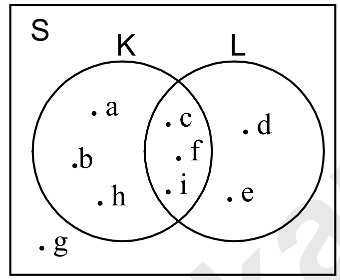
Gabungan antara himpunan A dan himpunan B adalah himpunan semua anggota maupun anggota B. Notasi untuk gabungan adalah " $\cup$ ".

<u>Contoh 3</u> :

Anggota K = {a,b,c,f,h,i}
Anggota L = {c,d,e,f,i}

Semua anggota K maupun L, adalah a,b,c,d,e,f,h, dan i, ditulis : K $\cup$ L = {a,b,c,d,e,f,h,i}

Yang <u>bukan</u> anggota K maupun L adalah g.



Pada contoh 2, jika yang senang makan rujak dimisalkan A dan yang senang makan bakso dimisalkan B, maka untuk menentukan banyaknya semua siswa yang senang makan rujak maupun bakso adalah : 9 + 12 + 14 = 35 orang.

Dapat juga dilakukan dengan menggunakan rumus gabungan antara dua himpunan, yaitu :

$$n(A\cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$n(A\cup B) = 21 + 26 - 12$$
$$n(A\cup B) = 35$$

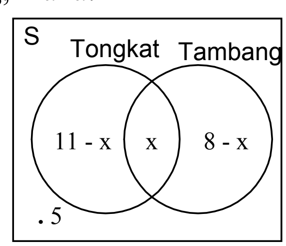
Jadi, yang senang makan rujak maupun bakso adalah 35 orang.

Latihan dan Pembahasan

1. Suatu regu pramuka jumlah anggotanya 18 orang. Pada suatu latihan 11 orang membawa tongkat, 8 orang membawa tambang, dan 5 orang tidak membawa kedua alat tersebut. Jumlah anggota yang membawa kedua alat tersebut adalah ….
   a. 1 orang
   b. 6 orang
   c. 13 orang
   d. 14 orang

Pembahasan: Misal yang membawa kedua alat adalah x orang, maka:
Persamaan:

$$(11-x) + x + (8-x) + 5 = 18$$
$$24 - x = 18$$
$$24 - 18 = x$$
$$x = 6$$



Jadi, yang membawa kedua alat tersebut adalah 6 orang.

Kunci: B

2. Dari sekelompok anak, 22 anak senang membaca, 28 anak senang bermain musik, 20 anak senang membaca dan juga senang bermain musik.
   Banyak anak dalam kelompok tersebut adalah ….
   a. 30 orang
   b. 40 orang
   c. 50 orang
   d. 70 orang

   Pembahasan: Misal yang senang membaca majalah adalah P, yang senang bermain musik adalah Q, maka :
   $n(P \cup Q) = n(P) + n(Q) - n(P \cap Q)$
   $n(A \cup B) = 22 + 28 - 20$
   $n(A \cup B) = 30$

   Jadi, banyak anak dalam kelompok tersebut adalah 30 orang.

   Kunci: A

KOMPETENSI 2

Siswa mampu memahami konsep dan operasi hitung bilangan, bentuk aljabar, perbandingan, trigonometri, logaritma, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

Ruang Lingkup

Bilangan cacah, bilangan bulat, bilangan pecahan, aritmetika sosial, kuadrat dan akar kuadrat bilangan, perbandingan, waktu, jarak dan kecepatan, operasi hitung bentuk aljabar, pola bilangan dan barisan bilangan, trigonometri, dan logaritma.

Ringkasan Materi

Aritmetika Sosial

Dalam kegiatan jual beli suatu jenis barang, kita sering mendengar adanya istilah harga penjualan, harga pembelian, untung, rugi, persentasi untung, persentasi rugi, diskon atau rabat, bruto, tara, dan neto.

- Untung, jika harga penjualan > harga pembelian.
  Besar untung = harga penjualan – harga pembelian
- Rugi, jika harga penjualan < harga pembelian.
  Besar rugi = harga pembelian – harga penjualan

Persentasi untung atau persentasi rugi adalah besarnya untung atau rugi yang dinyatakan dalam bentuk persen.

$$\boxed{\text{Persentasi untung atau rugi} = \frac{\text{besar untung atau rugi}}{\text{harga pembelian}} \times 100\%}$$

- **Diskon** atau **rabat** adalah potongan harga,
- **Bruto** adalah berat kotor,
- **tara** adalah potongan berat, sedangkan
- **neto** adalah berat bersih; Neto = bruto – tara.

Latihan dan Pembahasan

Seorang pedagang membeli beras 2 karung masing-masing beratnya 1 kuintal dengan tara $2\frac{1}{2}\%$. Harga pembelian beras setiap karung Rp200.000,00. Jika beras itu dijual dengan harga Rp2.400,00 tiap kilogram, besar keuntungannya adalah ….

a. Rp34.000,00
b. Rp56.000,00
c. Rp68.000,00
d. Rp80.000,00

Pembahasan:

Banyak beras yang dibeli = 2 x 1 kuintal = 2 x 100 kg = 200 kg
Harga pembelian = 2 x Rp 200.000,00 = Rp 400.000,00
Tara $2\frac{1}{2}\% = \frac{2,5}{100}$ x 200 kg = 5 kg, neto = 200kg – 5 kg = 195 kg
Harga penjualan = 195 x Rp 2.400,00 = Rp 468.000,00

Karena harga penjualan > harga pembelian $\rightarrow$ maka : untung

Jadi, besar keuntungannya adalah: Rp468.000,00 – Rp400.000,00 = Rp68.000,00

Kunci: C

Ringkasan Materi

Perbandingan

Perbandingan antara dua besaran dapat disederhanakan jika kedua besaran tersebut satuannya sejenis.

<u>Contoh</u> :

1. 2,4 m : 18 dm dapat disederhanakan menjadi 24 dm : 18 dm = 4 : 3
2. 3 tahun : 2 semester dapat disederhanakan menjadi:
   36 bulan : 12 bulan = 3 : 1
3. 6 jam : 9 kg tidak dapat disederhanakan
4. 40 ton : 76 hari tidak dapat disederhanakan

Pada contoh 1 dan 2 dapat disederhanakan, karena satuannya <u>sejenis</u>, sedangkan pada contoh 3 dan 4 tidak dapat disederhanakan karena satuannya <u>tidak sejenis</u>.

Dalam perbandingan terdapat istilah perbandingan senilai dan perbandingan berbalik nilai.

Contoh perbandingan senilai:

Dengan 4 liter bensin sebuah mobil dapat menempuh jarak 32 kilometer.
Jika jarak yang akan ditempuh 56 kilometer, berapa liter bensin yang diperlukan?

Soal tersebut dapat diselesaikan sebagai berikut :

Banyak bensin	Jarak tempuh
4 liter	32 km
?	56 km

Maka : $\frac{56}{32}$ x 4 liter = 7 liter.
Jadi, bensin yang diperlukan sebanyak 7 liter.

Contoh perbandingan berbalik senilai:

Suatu pekerjaan dapat diselesaikan selama 32 hari dengan 25 orang pekerja. Agar pekerjaan tersebut dapat selesai dalam 20 hari, berapakah banyak pekerja yang diperlukan ?

Soal tersebut dapat diselesaikan sebagai berikut :

Banyak pekerja	Lamanya
25 orang	32 hari
?	20 hari

Maka : $\frac{32}{20}$ x 25 orang = 40 orang.
Jadi, pekerja yang diperlukan sebanyak 40 orang.

Pada kedua contoh di atas dapat dilihat bahwa untuk perbandingan:

- senilai, yang ditanyakan (56 km) sebagai **pembilang**,
  sedangkan yang diketahui (32 km) sebagai **penyebut**.
- berbalik nilai, yang ditanyakan (20 hari) sebagai **penyebut**,
  sedangkan yang diketahui (32 hari) sebagai **pembilang**.

Latihan dan Pembahasan

Harga 18 baju Rp540.000,00. Harga $2\frac{1}{2}$ lusin baju tersebut adalah ....

a. Rp1.000.000,00
b. Rp900.000,00
c. Rp800.000,00
d. Rp750.000,00

Pembahasan: $2\frac{1}{2}$ lusin baju = $2\frac{1}{2}$ x 12 = 30 buah.
Penyelesaian soal ini menggunakan perbandingan senilai.
Maka : $\frac{30}{18}$ x Rp540.000,00 = Rp900.000,00
Jadi, harga $2\frac{1}{2}$ lusin baju tersebut adalah Rp900.000,00.

Kunci: B

Ringkasan Materi

Waktu, Jarak Dan Kecepatan
Hubungan antara waktu (t), jarak (d),dan kecepatan (v), dinyatakan dalam rumus:

- Waktu (t) = $\frac{d}{v}$
- Jarak (d) = v x t
- Kecepatan (v) = $\frac{d}{t}$

Contoh 1: Sebuah bus berangkat dari Jakarta menuju Bandung dengan kecepatan rata-rata 60 km/jam. Jarak Jakarta – Bandung 180 km. Berapa lama perjalanan bus tersebut?

Jawab: Pada soal tersebut diketahui d = 180 km, dan v = 60 km/jam.
Yang ditanyakan adalah waktu (t), maka:

$$\text{waktu (t)} = \frac{d}{v}$$
$$t = \frac{180}{60}$$
$$t = 3 \text{ jam}$$

Jadi, lama perjalanan bus adalah 3 jam.

Contoh 2: Adi mengendarai sepeda motor dengan kecepatan rata-rata 50 km/jam.
Berapa jarak yang ditempuh, jika lama perjalanan 1 jam 12 menit?

<u>Jawab</u>: Pada soal tersebut diketahui v = 50 km/jam, dan t = 1jam 12 meni ($1\frac{1}{5}$ jam)

Yang ditanyakan adalah jarak (d), maka :

$$
\begin{aligned}
\text{Jarak (d)} &= \text{v x t} \\
d &= 50 \times 1\frac{1}{5} \\
d &= 50 \times \frac{6}{5} \\
d &= 60
\end{aligned}
$$

Jadi, jarak yang ditempuh motor adalah 60 kilometer.

<u>Contoh 3</u>: Suatu hari Wira mengikuti lomba sepeda santai dengan menempuh jarak 20 km. Jika lama perjalanan $2\frac{1}{2}$ jam, berapakah kecepatan rata-rata sepeda itu?

<u>Jawab</u>: Pada soal tersebut diketahui d = 20 km, dan t = $2\frac{1}{2}$ jam ($\frac{5}{2}$ jam).

Yang ditanyakan adalah kecepatan (v), maka :

$$
\begin{aligned}
\text{Kecepatan (v)} &= \frac{d}{t} \\
v &= \frac{20}{\frac{5}{2}} \\
v &= 20 : \frac{5}{2} \\
v &= 20 \times \frac{2}{5} \\
v &= 8 \text{ km/jam}
\end{aligned}
$$

Jadi, kecepatan rata-rata sepeda adalah 8 km/jam.

Latihan dan Pembahasan

Hafid naik mobil berangkat pukul 07.00 dari kota A ke kota B dengan kecepatan rata-rata 60 km/jam. Rois naik motor berangkat pukul 07.00 dari kota B ke kota A dengan kecepatan rata-rata 40 km/jam.
Jika jarak kota A dan B = 350 km, maka Hafid dan Rois akan bertemu pada pukul ....

a. 09.50
b. 10.30
c. 10.50
d. 11.15

Pembahasan: Pada soal tersebut diketahui d = 350 km, dan v_1 = 60 km/jam, dan v_2 = 40 km/jam. Yang ditanyakan adalah waktu (t), maka :

$$\text{waktu (t)} = \frac{d}{v_1 + v_2}$$

$$t = \frac{350}{60+40}, \longrightarrow \quad t = 3\frac{1}{2} \text{ jam}$$

Berangkat pukul 07.00 + $3\frac{1}{2}$ jam = pukul 10.30.

Jadi, Hafid dan Rois bertemu pada pukul 10.30.

Kunci: B

Ringkasan Materi

Operasi Bentuk Aljabar

Operasi pada bentuk aljabar meliputi:

A. Penjumlahan dan pengurangan suku-suku dan bentuk-bentuk sejenis
B. Perkalian suku dua
C. Pemfaktoran
D. Pecahan dalam bentuk aljabar

A. Penjumlahan dan pengurangan suku-suku dan bentuk-bentuk sejenis

Untuk dapat melakukan penjumlahan maupun pengurangan pada suatu bentuk aljabar, maka suku-sukunya harus mempunyai bentuk yang sejenis. Apabila suku-suku bentuk aljabar tersebut tidak sejenis, maka tidak dapat dijumlahkan atau dikurangkan.

Contoh: 1 Tentukan hasil penjumlahan $5p - 4q + 8$ dan $7p + 9q - 10$

Jawab: Suku yang sejenis adalah: $5p$ dan $7p$, $-4q$ dan $9q$, 8 dan -10

Maka : $5p - 4q + 8 + 7p + 9q - 10 = (5p + 7p)+(-4q + 9q)+(8 + (-10))$
$= 12p + 5q + (-2)$
$= 12p + 5q - 2$

Contoh: 2 Tentukan hasil pengurangan $8x^2 - 6x$ dari $15x^2 - 2x$

Jawab: Suku yang sejenis adalah: $8x^2$ dan $15x^2$, $-6x$ dan $-2x$
Maka pengurangan $8x^2 - 6x$ dari $15x^2 - 2x$ $= (15x^2 - 2x) - (8x^2 - 6x)$
$= 15x^2 - 2x - 8x^2 + 6x$
$= 15x^2 - 8x^2 - 2x + 6x$
$= 7x^2 + 4x$

B. Perkalian suku dua

Perkalian pada suku dua dapat dilakukan dengan menggunakan sifat distributif.

Contoh: Tentukan hasil perkalian suku dua berikut:

1. $(3x - 5)\ (x + 7)$
2. $(4p + q)\ (2p - 8q)$

Jawab:

1. $(3x - 5)\ (x + 7) = 3x(x + 7) - 5(x + 7)$
$= 3x^2 + 21x - 5x - 35$
$= 3x^2 + 16x - 35$

2. $(4p + q)\ (2p - 8q) = 4p(2p - 8q) + q(2p - 8q)$
$= 8p^2 - 32pq + 2pq - 8q^2$
$= 8p^2 - 30pq - 8q^2$

C. Pemfaktoran

Beberapa macam bentuk pemfaktoran antara lain adalah:

1. $ax + ay \longrightarrow$ menjadi $a(x + y)$
2. $x^2 - 2xy + y^2 \longrightarrow$ menjadi $(x - y)(x - y)$
3. $x^2 - y^2 \longrightarrow$ menjadi $(x + y)(x - y)$
4. $x^2 + 10x + 21 \longrightarrow$ menjadi $(x + 7)(x + 3)$
5. $3x^2 - 4x - 4 \longrightarrow$ menjadi $(3x + 2)(x - 2)$

Contoh: Faktorkanlah setiap bentuk berikut:

1. $4x + 6y$
2. $x^2 + 6x + 9$
3. $x^2 - 10x + 25$
4. $p^2 - q^2$
5. $x^2 + 10x + 21$
6. $x^2 - 7x - 18$
7. $3x^2 - 4x - 4$

Jawab :

1. $4x + 6y = 2\ (2x + 3y)$
2. $x^2 + 6x + 9 = (x + 3)\ (x + 3)$
3. $x^2 - 10x + 25 = (x - 5)\ (x - 5)$
4. $p^2 - q^2 = (p + q)\ (p - q)$
5. $x^2 + 10x + 21 = (x + 3)\ (x + 7)$
6. $x^2 - 7x - 18 = (x + 2)\ (x - 9)$
7. $3x^2 - 4x - 4 = (3x + 2)(x - 2)$

D. Pecahan dalam Bentuk Aljabar

Perlu diingat bahwa pada suatu pecahan, termasuk pecahan bentuk aljabar, penyebut dari pecahan itu tidak boleh 0 (nol).
Untuk melakukan operasi penjumlahan dan pengurangan pecahan, jika penyebut dari masing-masing pecahan tidak sama, maka penyebut dari pecahan itu harus disamakan.

Berikut ini beberapa contoh operasi hitung pada pecahan bentuk aljabar.
Tentukan hasil dari:

1. $\dfrac{3}{x-8} + \dfrac{5}{7}$
2. $\dfrac{9}{a+4} - \dfrac{2}{a-1}$
3. $\dfrac{4}{9} \text{ x } \dfrac{3a}{2b}$
4. $\dfrac{3x-2}{3} : \dfrac{6x-4}{12}$

<u>Jawab</u> :

1. $\dfrac{3}{x-8} + \dfrac{5}{7} = \dfrac{7\times 3}{7(x-8)} + \dfrac{5(x-8)}{7(x-8)}$

$= \dfrac{21}{7x-56} + \dfrac{5x-40}{7x-56}$

$= \dfrac{21+5x-40}{7x-56}$

$= \dfrac{5x-19}{7x-56}$

2. $\dfrac{9}{a+4} - \dfrac{2}{a-1} = \dfrac{9(a-1)}{(a+4)(a-1)} - \dfrac{2(a+4)}{(a+4)(a-1)}$

$= \dfrac{9a-9}{(a+4)(a-1)} - \dfrac{2a+8}{(a+4)(a-1)}$

$= \dfrac{9a-9-2a-8}{(a+4)(a-1)}$

$= \dfrac{7a-17}{(a+4)(a-1)}$

3. $\dfrac{4}{9} \text{ x } \dfrac{3a}{2b} = \dfrac{4\times 3a}{9\times 2b}$

$= \dfrac{12a}{18b}$

$= \dfrac{2a}{3b}$

4. $\frac{3x-2}{3} : \frac{6x-4}{12}$
$$= \frac{3x-2}{3} \times \frac{12}{6x-4}$$
$$= \frac{12(3x-2)}{3(6x-4)}$$
$$= \frac{12\cancel{(3x-2)}}{3 \times 2\cancel{(3x-2)}}$$
$$= \frac{12}{6}$$
$$= 2$$

Latihan dan Pembahasan

1. Bentuk $4x^4 - 9y^4$ dapat difaktorkan menjadi ....
   a. $(x^4 - y^4)(4x^2 - 9y^2)$
   b. $(2x - 3y)(2x^2 - 3y^4)$
   c. $(2x^2 - 3y^2)(2x^2 - 3y^2)$
   d. $(2x^2 - 3y^2)(2x^2 + 3y^2)$

Pembahasan: Bentuk $4x^4 - 9y^4 = (2x^2 - 3y^2)(2x^2 + 3y^2)$

Kunci: D

2. Bentuk sederhana dari $\frac{2x^2 + x - 3}{16x^4 - 81}$ adalah ....
   a. $\frac{x-1}{(4x^2+9)(2x-3)}$
   b. $\frac{x-1}{(4x+9)(2x+3)}$
   c. $\frac{x-1}{(4x^2-9)(2x-3)}$
   d. $\frac{x-1}{(4x^2-9)(2x+3)}$

Pembahasan: $\dfrac{2x^2 + x - 3}{16x^4 - 81} = \dfrac{(2x + 3)(x - 1)}{(4x^2 + 9)(4x^2 - 9)}$

$= \dfrac{\cancel{(2x + 3)}(x - 1)}{(4x^2 + 9)\cancel{(2x + 3)}(2x - 3)}$

$= \dfrac{(x - 1)}{(4x^2 + 9)(2x - 3)}$

Kunci: A

Ringkasan Materi

Pola Bilangan dan Barisan Bilangan

A. Pola Bilangan

Beberapa macam pola bilangan antara lain:
1. Pola bilangan Ganjil dan Genap
2. Pola bilangan Segitiga Pascal
3. Pola bilangan Persegi
4. Pola bilangan Segitiga
5. Pola bilangan Persegipanjang

B. Barisan Bilangan

Dalam barisan bilangan, biasanya diminta untuk menentukan:
1. Suku berikutnya dari suatu barisan bilangan
2. Aturan dari suatu barisan bilangan
3. Rumus suku ke-n dari suatu barisan bilangan

Contoh: Pada barisan bilangan 1, 5, 9, 13, 17, …
tentukanlah :
1. tiga suku berikutnya
2. aturan yang berlaku
3. rumus suku ke-n

Jawab : Pada barisan bilangan 1, 5, 9, 13, 17, … :
1. tiga suku berikutnya adalah 21, 25, 29
2. aturan yang berlaku adalah “suku berikutnya diperoleh dengan menambahkan 4 pada suku sebelumnya”.
3. rumus suku ke-n adalah 4n – 3

Latihan dan Pembahasan

Pada sebuah lingkaran, jika 2 talibusur berpotongan akan membentuk 4 daerah, dan 3 talibusur berpotongan akan membentuk 6 daerah. Talibusur-talibusur itu akan berpotongan pada satu titik di dalam lingkaran. Banyak daerah yang terbentuk jika 20 talibusur berpotongan adalah ….

a. 22 buah
b. 26 buah
c. 40 buah
d. 120 buah

Pembahasan:

Banyak talibusur	Banyak daerah
2	4
3	6
4	8
5	10
20	?

Dari pola di atas, dapat disimpulkan bahwa aturan yang berlaku pada pola tersebut adalah banyaknya daerah lingkaran yang terjadi sama dengan dua kali banyaknya talibusur.
Jadi, untuk 20 buah talibusur akan terdapat 40 buah daerah.

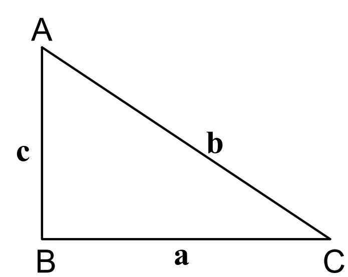
Kunci: C

Ringkasan Materi

Trigonometri

Pada trigonometri yang dipelajari di kelas III SMP terdapat 3 jenis perbandingan, yaitu sinus, cosinus, dan tangen. Ketiga jenis perbandingan tersebut dapat dipergunakan untuk menghitung tinggi atau jarak antara dua titik. Sinus, cosinus, tangen dapat ditulis sin, cos, tan.

Perhatikan segitiga berikut :



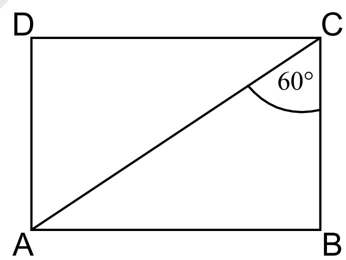
Dari gambar tersebut dapat dinyatakan bahwa :

- sin CAB $= \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{a}{b} \longrightarrow$ BC = AC sin CAB
- cos CAB $= \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{c}{b} \longrightarrow$ AB = AC cos CAB
- tan CAB $= \dfrac{BC}{AB} = \dfrac{a}{c} \longrightarrow$ BC = AB tan CAB
- sin BCA $= \dfrac{AB}{AC} = \dfrac{c}{b} \longrightarrow$ AB = AC sin BCA
- cos BCA $= \dfrac{BC}{AC} = \dfrac{a}{b} \longrightarrow$ BC = AC cos BCA
- tan BCA $= \dfrac{AB}{BC} = \dfrac{c}{a} \longrightarrow$ AB = BC tan BCA

Latihan dan Pembahasan

Pada gambar di samping, ABCD merupakan persegipanjang. Jika AC = 10 cm dan $\sqrt{3}$ = 1,73, maka luas ABCD adalah ….

a. 17,30 cm
b. 21,25 cm
c. 43,25 cm
d. 86,50 cm



Pembahasan: Pada segitiga ABC:

- panjang AB = AC sin ACB
  AB = 10 sin 60^0
  AB = 10 x $\frac{1}{2}\sqrt{3}$
  AB = 10 x 1,73
  AB = 17,3 cm
- panjang BC = AC cos ACB
  BC = 10 cos 60^0
  BC = 10 x $\frac{1}{2}$
  BC = 5 cm

Luas persegipanjang ABCD = AB x BC
= 17,3 x 5
= 86,5 cm^2

Jadi, luas persegipanjang ABCD = 86,5 cm^2

Kunci: D

Ringkasan Materi

Logaritma

Sebelum mempelajari logaritma, sebaiknya dikuasai terlebih dahulu tentang bilangan berpangkat. Antara lain:

1. a^n artinya a x a x a x … x a, sebanyak n buah.
2. $a^p \times a^n = a^{p+q}$, dengan $a \neq 0$
3. $a^p : a^n = a^{p-q}$, dengan $a \neq 0$
4. $a^0 = 1$
5. $a^{-p} = \frac{1}{a^p}$, dengan $a \neq 0$

Contoh 1: 1. Arti dari 6^3 adalah 6 x 6 x 6.

2. $4^2 \times 4^3 = 4^{2+3}$
$= 4^5$
$= 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$
$= 1024$

3. $3^6 : 3^4 = 3^{6-4}$
$= 3^2$
$= 9$

4. $16^0 = 1$

5. $5^{-2} = \frac{1}{5^2}$
$= \frac{1}{25}$

Logaritma adalah invers dari operasi perpangkatan.
Beberapa sifat logaritma adalah:

1. ${}^p\log (a \times b) = {}^p\log a + {}^p\log b$
2. ${}^p\log (a : b) = {}^p\log a - {}^p\log b$
3. ${}^p\log a^n = n\ {}^p\log a$
4. ${}^p\log \sqrt[n]{a} = \frac{{}^p\log a}{n}$, dengan $p \neq 1$, $p > 0$, $a > 0$, dan $n > 0$.

Contoh 2: Hitunglah setiap bentuk logaritma berikut ini :

1. $^{3}\log (27 \text{ x } 9) = {}^{3}\log 27 + {}^{3}\log 9$
$= {}^{3}\log 3^{3} + {}^{3}\log 3^{2}$
$= 3\ {}^{3}\log 3 + 2\ {}^{3}\log 3$
$= 3 + 2$
$= 5$

2. $^{2}\log (64 : 4) = {}^{2}\log 64 - {}^{2}\log 4$
$= {}^{2}\log 2^{6} - {}^{2}\log 2^{2}$
$= 6\ {}^{2}\log 2 - 2\ {}^{2}\log 2$
$= 6 - 2$
$= 4$

3. $^{2}\log \sqrt[3]{8} = \dfrac{^{2}\log 8}{3}$
$= \dfrac{^{2}\log 2^{3}}{3}$
$= \dfrac{3\,^{2}\log 2}{3}$
$= \dfrac{3}{3}$
$= 1$

Latihan dan Pembahasan

Bila log 9 = 0,954, maka nilai log 729 = ….

a. 2,824
b. 2,862
c. 3,824
d. 3.862

Pembahasan: $729 = 9^{3}$
$\log 729 = \log 9^{3}$
$= 3 \log 9$
$= 3 \text{ x } 0{,}954$
$= 2{,}862$

Jadi log 729 = 2,862

Kunci: B

KOMPETENSI 3

Siswa mampu memahami konsep persamaan, pertidaksamaan, dan fungsi, serta mampu menggunakannya untuk menyelesaikan masalah.

Ruang Lingkup

Persamaan dan pertidaksamaan linear dengan satu peubah, persamaan garis, persamaan linear dengan dua peubah, fungsi kuadrat dan grafiknya, dan persamaan kuadrat

Ringkasan Materi

Persamaan Linear Dengan Dua Peubah

Adalah persamaan yang mempunyai dua peubah dengan pangkat tertinggi dari peubahnya 1 (satu).

Contoh: $2x + 5y = 14$, adalah persamaan linear dengan dua peubah. Karena mempunyai dua peubah, yaitu x dan y, sedangkan pangkat tertinggi dari x dan y adalah 1(satu).

Apabila pada suatu soal terdapat dua persamaan linear dengan masing-masing persamaan mempunyai dua peubah, maka disebut sistem persamaan linear dengan dua peubah.

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear dengan dua peubah, dapat dilakukan dengan cara :

1. Eliminasi
2. Substitusi
3. Gabungan Eliminasi dan Substitusi
4. Grafik

Contoh : Tentukan himpunan penyelesaian dari : $2x - 5y = 3$
$x + 3y = 7$

Jawab: 1. <u>Dengan cara eliminasi.</u>

(i) mengeliminir x :

$$\begin{array}{r|l|rl} 2x - 5y = 3 & \times 1 & 2x - 5y = & 3 \\ x + 3y = 7 & \times 2 & 2x + 6y = & 14 \quad - \\ \hline & & -11y = & -11 \\ & & y = & 1 \end{array}$$

(ii) mengeliminir y:

$$\begin{array}{r|l|rl} 2x - 5y = 3 & \times 3 & 6x - 15y = & 9 \\ x + 3y = 7 & \times 5 & 5x + 15y = & 35 \quad + \\ \hline & & 11x = & 44 \\ & & x = & 4 \end{array}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = {4,1}

2. Dengan cara substitusi.

$$2x - 5y = 3 \quad \ldots\ldots\ (\text{i})$$
$$x + 3y = 7 \quad \ldots\ldots\ (\text{ii})$$

(ii) ….. $x + 3y = 7$

$$x = 7 - 3y \ \ldots\ldots\ (\text{iii})$$

Persamaan (iii) disubstitusikan ke persamaan (i), maka :

(i) …… $2x - 5y = 3$

$$\begin{aligned} 2(7 - 3y) - 5y &= 3 \quad \ldots\ldots \text{ karena } x = 7 - 3y \\ 14 - 6y - 5y &= 3 \\ -11y &= 3 - 14 \\ -11y &= -11 \\ y &= 1 \end{aligned}$$

Selanjutnya nilai y = 1 disubstitusikan ke persamaan (iii), maka :

$$\begin{aligned} x &= 7 - 3y \\ x &= 7 - (3 \text{ x } 1) \\ x &= 7 - 3 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = {4,1}

3. Dengan cara gabungan eliminasi dan substitusi.

(i) mengeliminir x :

$$\begin{array}{r|l|r} 2x - 5y = 3 & \text{x } 1 & 2x - 5y = 3 \\ x + 3y = 7 & \text{x } 2 & 2x + 6y = 14 \ - \\ \hline & & -11y = -11 \\ & & y = 1 \end{array}$$

(ii) selanjutnya nilai y = 1 disubstitusikan ke persamaan (i) atau (ii).
Misal ke persamaan (i), maka :

$$\begin{aligned} 2x - 5y &= 3 \\ 2x - (5 \text{ x } 1) &= 3 \\ 2x - 5 &= 3 \\ 2x &= 3 + 5 \\ 2x &= 8 \\ x &= 4 \end{aligned}$$

Jadi, himpunan penyelesaiannya = {4,1}

4. Dengan cara grafik.

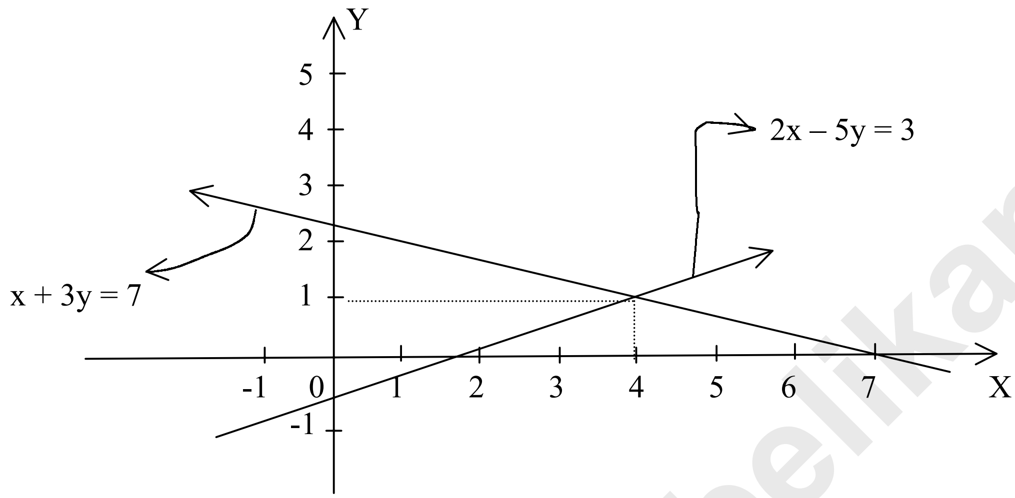
Untuk persamaan (i) : $2x - 5y = 3$

x	0	1,5
y	–0,6	0

Untuk persamaan (ii) : $x + 3y = 7$

x	0	7
y	2,3	0

Persamaan garis (i) melalui titik (0, −0,6) dan (1,5 , 0), sedangkan persamaan garis (ii) melalui titik (0, 2,3) dan (7,0).
Grafiknya adalah :



Kedua garis tersebut berpotongan di titik (4,1)
Jadi, himpunan penyelesaiannya = {4,1}

Latihan dan Pembahasan

1. Diketahui sistem persamaan: $3x + 2y = 8$
   $x - 5y = -37$

   Nilai $6x + 4y$ adalah ....
   a. –30
   b. –16
   c. 16
   d. 30

2. Harga 8 buah buku tulis dan 6 buah pensil Rp14.400,00. Harga 6 buah buku tulis dan 5 buah pensil Rp11.200,00. Jumlah harga 5 buah buku tulis dan 8 buah pensil adalah ….
   a. Rp13.600,00
   b. Rp12.800,00
   c. Rp12.400,00
   d. Rp11.800,00

Pembahasan: 1. Dengan cara gabungan eliminasi dan substitusi

$$\begin{array}{l|l|rcl} 3x + 2y = 8 & \times 1 & 3x + 2y & = & 8 \\ x - 5y = -37 & \times 3 & \underline{3x - 15y} & \underline{=} & \underline{-111 \quad -} \\ & & 17y & = & 119 \\ & & y & = & 7 \end{array}$$

$$\begin{aligned} x - 5y &= -37 \\ x - (5 \times 7) &= -37 \\ x - 35 &= -37 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nilai } 6x + 4y &= (6 \times -2) + (4 \times 7) \\ &= -12 + 28 \\ &= 16 \end{aligned}$$

Jadi, nilai $6x + 4y = 16$.

Kunci: c

2. Misal : buku tulis adalah p, dan pensil adalah q.
Maka : $8p + 6q = 14.400$, dan $6p + 5q = 11.200$

$$\begin{array}{l|l|rcl} 8p + 6q = 14.400 & \times 6 & 48p + 36q & = & 86.400 \\ 6p + 5q = 11.200 & \times 8 & \underline{48p + 40q} & \underline{=} & \underline{89.600 \quad -} \\ & & -4q & = & -3.200 \\ & & q & = & 800 \end{array}$$

$$\begin{aligned} 6p + 5q &= 11.200 \\ 6p + (5 \times 800) &= 11.200 \\ 6p + 4.000 &= 11.200 \\ 6p &= 7.200 \\ p &= 1.200 \end{aligned}$$

Harga 1 buku tulis Rp 1.200,00 dan 1 pensil Rp 800,00

$$\begin{aligned} \text{Harga 5 buku tulis dan 8 pensil} &= (5 \times 1.200) + (8 \times 800) \\ &= 6.000 + 6.400 \\ &= 12.400 \end{aligned}$$

Jadi, harga 5 buku tulis dan 8 pensil adalah Rp 12.400,00

Kunci: C

Ringkasan Materi

Persamaan Garis

Rumus dari beberapa persamaan garis antara lain adalah :

1. $y = mx$
   Adalah persamaan garis dengan gradien m dan melalui titik pusat O.
2. $y = mx + c$
   Adalah persamaan garis dengan gradien m dan melalui titik (0,c).
3. $y - y_1 = m(x - x_1)$
   Adalah persamaan garis dengan gradien m dan melalui titik (x_1 , y_1)
4. $\dfrac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \dfrac{x - x_1}{x_2 - x_1}$;
   Adalah persamaan garis yang melalui titik (x_1,y_1) dan (x_2,y_2).

Pada dua garis yang :

a. saling sejajar, mempunyai gardien yang sama yaitu $m_1 = m_2$
b. saling tegak lurus, hasil perkalian gradiennya adalah – 1 yaitu $m_1 \times m_2 = -1$

Contoh 1:

I. Tentukan persamaan garis dengan gradien 3 dan melalui titik :
   a. pusat O
   b. (0,5)
   c. (2,7)

II. Tentukan persamaan garis yang melalui titik (1,4) dan (2, 9).

Jawab :

I. a. Persamaan garis dengan gradien (m) = 3 dan melalui O(0,0) adalah y = 3x.
   b. Persamaan garis dengan gradien (m) = 3 dan melalui (0,5)adalah y = 3x +5
   c. Persamaan garis dengan gradien (m) = 3 dan melalui (2,7)adalah :

$$\begin{aligned} y - y_1 &= m(x - x_1) \\ y - 7 &= 3(x - 2) \\ y - 7 &= 3x - 6 \\ y &= 3x - 6 + 7 \\ y &= 3x + 1 \end{aligned}$$

II. Persamaan garis melalui titik (1,4) dan (2,9) adalah :

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - 4}{9 - 4} = \frac{x - 1}{2 - 1}$$

$$\frac{y - 4}{5} = \frac{x - 1}{1}$$

$1(y - 4) = 5(x - 1)$
$y - 4 = 5x - 5$
$y = 5x - 5 + 4$
$y = 5x - 1$

Jadi, persamaan garis yang melalui titik (1,4) dan (2,9) adalah $y = 5x - 1$.
Pada persamaan garis terdapat istilah gradien. Gradien yang biasanya dilambangkan dengan huruf m adalah **angka arah** atau **kemiringan** dari suatu garis.

Untuk menghitung gradien suatu garis, dapat dilakukan dengan cara :

$$m = \frac{\text{jarak tegak}}{\text{jarak mendatar}}$$

dengan jarak tegak adalah sumbu y, sedangkan jarak mendatar adalah sumbu x.

Jadi, gradien (m) = $\frac{y}{x}$.

<u>Contoh 2</u>: Tentukan gradien garis yang melalui titik pusat dan titik A(2,6).

<u>Jawab</u> : Jarak tegak titik A (sumbu y) adalah 6, sedangkan jarak mendatarnya (sumbu x) adalah 2.

Maka, gradien (m) = $\frac{y}{x}$

$m = \frac{6}{2}$

$m = 3$

Jadi, gradien garis yang melalui titik pusat dan titik A(2,6) adalah 3.

Untuk menghitung gradien garis yang melalui titik $P(x_1,y_1)$ dan $Q(x_2,y_2)$ dapat dilakukan dengan cara : $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

<u>Contoh 3</u>: Tentukan gradien garis yang melalui titik P(3,7) dan Q(−2, 5).

Jawab : P(3,7), maka $x_1 = 3$ dan $y_1 = 7$

Q(−2,5), maka $x_2 = -2$ dan $y_2 = 5$

Maka $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

$m = \frac{7-5}{3-(-2)} = \frac{2}{5}$

Jadi, gradien garis yang melalui titik P(3,7) dan Q(−2, 5) adalah $\frac{2}{5}$

Latihan dan Pembahasan

1. Garis k tegak lurus dengan garis yang persamaannya $2x + 3y + 7 = 0$. Gradien garis k adalah ....
   a. $-\frac{3}{2}$
   b. $-\frac{2}{3}$
   c. $\frac{2}{3}$
   d. $\frac{3}{2}$

2. Garis l sejajar dengan garis yang melalui $(7,-4)$ dan $(-3,2)$.
   Di antara persamaan garis di bawah ini:
   I. $3x - 5y + 20 = 0$
   II. $x + 2y + 7 = 0$
   III. $2x - 3y - 11 = 0$
   IV. $3x + 5y - 10 = 0$

   yang merupakan persamaan garis l adalah ....
   a. I
   b. II
   c. III
   d. IV

Pembahasan:

1. $2x + 3y + 7 = 0$

$$3y = -2x - 7$$

$$y = -\frac{2}{3} \times -\frac{7}{3} \longrightarrow \text{ gradiennya, yaitu } m_1 = -\frac{2}{3}$$

Jadi, gradien garis k adalah m_2 yaitu :

$$m_1 \times m_2 = -1$$

$$-\frac{2}{3} \times m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{3}{2}$$

Kunci: D

2. Persamaan garis yang melalui titik (7, −4) dan (−3, 2) adalah:

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

$$\frac{y - (-4)}{2 - (-4)} = \frac{x - 7}{-3 - 7}$$

$$\frac{y + 4}{6} = \frac{x - 7}{-10}$$

$$-10\,(y + 4) = 6\,(x - 7)$$
$$-10y - 40 = 6x - 42$$
$$-10y = 6x - 42 + 40$$
$$-10y = 6x - 2$$
$$-5y = 3x - 1 \text{ atau } y = -\frac{3}{5}x + \frac{1}{5} \longrightarrow m = -\frac{3}{5}$$

Maka gradien garis yang melalui titik (7,–4) dan (−3,2) adalah $-\frac{3}{5}$.

Di antara 4 persamaan garis tersebut, yang mempunyai gradien (m) = $-\frac{3}{5}$ adalah persamaan garis yang ke-IV, karena:

$$3x + 5y - 10 = 0$$
$$5y = -3x + 10$$
$$y = -\frac{3}{5}x + 2 \longrightarrow m = -\frac{3}{5}$$

Jadi, yang merupakan persamaan garis l adalah ke-IV.

Kunci: D

Ringkasan Materi

Fungsi Kuadrat Dan Grafiknya

Fungsi kuadrat adalah suatu fungsi dengan pangkat tertinggi dari peubahnya adalah 2 (dua). Bentuk umum dari fungsi kuadrat adalah:

$$\boxed{f(x) = ax^2 + bx + c, \text{ dengan a, b, dan c bilangan real dan } a \neq 0.}$$

Fungsi kuadrat dapat dibuatkan grafiknya dengan menggunakan bantuan daftar dari koordinat beberapa titik. Grafik suatu fungsi kuadrat disebut **parabola**.

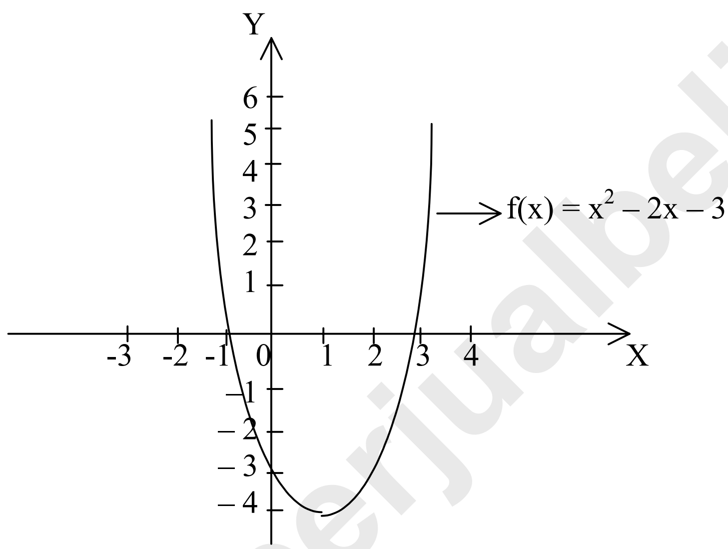
Contoh : Gambarkan grafik dari $f(x) = x^2 - 2x - 3$, dengan daerah asal $\{x \mid -2 \leq x \leq 4, x \in R\}$.

Jawab: Sebelum menggambarkan grafiknya, terlebih dahulu dibuatkan daftar dari koordinat beberapa titik yang terletak pada fungsi tersebut.

Daftarnya adalah sebagai berikut :

x	– 2	– 1	0	1	2	3	4
x^2	4	1	0	1	4	9	16
– 2x	4	2	0	–2	– 4	– 6	– 8
– 3	– 3	– 3	– 3	– 3	– 3	– 3	– 3
f(x)	5	0	– 3	– 4	– 3	0	5

Sedangkan grafiknya adalah :



Dari grafik di atas dapat ditentukan bahwa :

a. pembuat nol fungsi adalah x = –1 dan x = 3
b. persamaan sumbu simetri adalah x = 1
c. nilai minimum fungsi adalah y = – 4
d. koordinat titik balik fungsi adalah (1, – 4)
e. daerah hasil fungsi adalah $\{y | -4 \le y \le 5, y \in R\}$

Hasil di atas dapat juga diperoleh dengan cara sebagai berikut :

a. $f(x) = x^2 - 2x - 3$
   $0 = (x - 3)(x + 1)$
   $(x - 3) = 0$, $(x + 1) = 0$
   $x = 3$ $x = -1$
   pembuat nol fungsi adalah x = –1 dan x = 3

b. persamaan sumbu simetri (x) = $\frac{-1+3}{2}$
   $x = 1$

   Jika fungsi tidak dapat difaktorkan, dipergunakan rumus $x = -\frac{b}{2a}$.

Maka, $x = -\dfrac{b}{2a}$

$x = -\dfrac{(-2)}{2.1}$

$x = 1$

c. nilai minimum fungsi (y) = $1^2 - (2 \text{ x } 1) - 3$

$y = 1 - 2 - 3$

$y = -4$

d. koordinat titik balik = (nilai sumbu simetri, nilai balik fungsi)

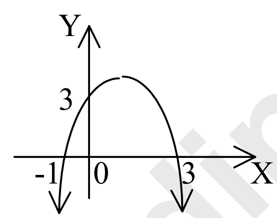
= $(1, -4)$

e. daerah asal fungsi = $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$
Dengan mensubstitusi setiap daerah asal fungsi, akan diperoleh nilai fungsi yang terkecil adalah – 4 dan yang terbesar adalah 5.
Maka, daerah hasil fungsi adalah $\{y \mid -4 \le y \le 5, y \in R\}$

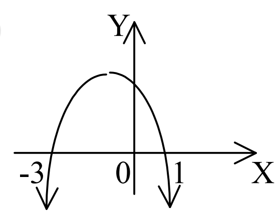
Latihan dan Pembahasan

1. Diketahui suatu fungsi $f(x) = -x^2 + 2x + 3$, dengan daerah asal bilangan real. Grafik fungsi tersebut adalah ....

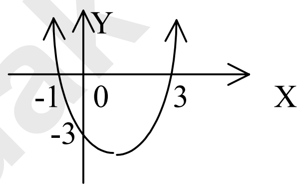
a.



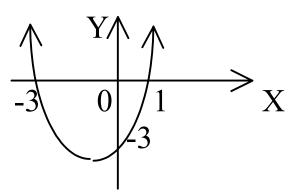
c.



b.



d.



2. Nilai minimum fungsi yang dirumuskan sebagai $f(x) = 3x^2 - 24x + 7$ adalah ....
   a. – 41
   b. – 55
   c. – 137
   d. – 151

3. Salah satu titik potong grafik fungsi $f(x) = x^2 - 2x - 3$ dengan garis $2x + y - 1 = 0$ adalah ....
   a. (2,–3)
   b. (2,–5)
   c. (–2,3)
   d. (–2,–5)

Pembahasan: 1. Diketahui $f(x) = -x^2 + 2x + 3$

(i) Titik potong fungsi dengan sumbu x, y = 0.

Maka : $0 = (-x - 1)(x - 3)$

$(-x - 1) = 0$ atau $(x - 3) = 0$

$x_1 = -1 \qquad x_2 = 3$

Jadi, titik potong fungsi dengan sumbu x adalah (– 1, 0) dan (3,0)

(ii) Titik potong fungsi dengan sumbu y, x = 0.

Maka : $y = -0^2 + (2 \text{ x } 0) + 3$

$y = 0 + 0 + 3$

$y = 3$

Jadi, titik potong fungsi dengan sumbu y adalah (0,3).
Grafik yang memenuhi hasil (i) dan (ii) adalah (a).

Kunci: A

2. $f(x) = 3x^2 - 24x + 7$

Karena f(x) tidak dapat difaktorkan, maka : $x = -\dfrac{b}{2a}$

$$x = -\frac{(-24)}{2.3} = 4$$

$f(x) = 3x^2 - 24x + 7$
$f(4) = 3.4^2 - (24 \text{ x } 4) + 7$
$f(4) = 48 - 96 + 7 = -41$

Jadi, nilai minimum fungsi $f(x) = 3x^2 - 24x + 7$ adalah – 41

Kunci: A

3. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ dan $2x + y - 1 = 0$
Untuk $2x+y-1=0$, maka $y = -2x + 1$
Karena $f(x) = x^2-2x-3$ dan $2x+y-1=0$ saling berpotongan, maka:

$x^2-2x-3 = -2x + 1$
$x^2-2x-3 + 2x - 1 = 0$
$x^2- 4 = 0$
$(x + 2)(x - 2) = 0$
$(x + 2) = 0$ atau $(x - 2) = 0$
$x = -2$ atau $x = 2$

Untuk $x = -2$, maka $y = -2x + 1$
$y = -(2 \text{ x } -2) + 1$
$y = 4 + 1$
$y = 5 \longrightarrow (-2, 5)$

Untuk $x = 2$, maka $y = -2x + 1$
$y = -(2 \text{ x } 2) + 1$
$y = -4 + 1$
$y = -3 \longrightarrow (2, -3)$

Jadi, salah satu titik potong yang memenuhi adalah (2, –3)

Kunci: A

Ringkasan Materi

Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat adalah suatu persamaan dengan pangkat tertinggi dari peubahnya adalah 2 (dua). Bentuk umum dari persamaan kuadrat adalah:

$ax^2 + bx + c = 0$, dengan a, b, dan c bilangan real dan $a \neq 0$.

Untuk menyelesaikan persamaan kuadrat dapat dilakukan dengan 3 (tiga) cara, yaitu :
1. memfaktorkan
2. melengkapkan kuadrat
3. menggunakan rumus

Contoh: Tentukan himpunan penyelesaian dari $x^2 + 8x - 20 = 0$ dengan:
a. memfaktorkan
b. melengkapkan kuadrat
c. menggunakan rumus

Jawab: a. <u>Memfaktorkan</u>

$x^2 + 8x - 20 = 0$
$(x + 10)(x - 2) = 0$
$(x + 10) = 0$ atau $(x - 2) = 0$
$x_1 = -10$ atau $x_2 = 2$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-10, 2\}$

b. Melengkapkan kuadrat

$x^2 + 8x - 20 = 0$

$x^2 + 8x = -20$

$x^2 + 8x + \left(\frac{8}{2}\right)^2 = -20 + \left(\frac{8}{2}\right)^2$

$x^2 + 8x + 4^2 = 20 + 4^2$

$(x + 4)^2 = 36$

$\sqrt{(x+4)^2} = \pm\sqrt{36}$

$(x + 4) = \pm 6$

$(x + 4) = 6$ atau $(x + 4) = -6$

$x_1 = 6 - 4$ atau $x_2 = -6 - 4$

$x_1 = 2$ atau $x_2 = -10$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-10, 2\}$

c. Menggunakan rumus

$x^2 + 8x - 20 = 0$, maka nilai a = 1, b = 8, dan c = – 20

Rumus untuk menyelesaikan persamaan kuadrat adalah :

$$x_{1.2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_{1.2} = \frac{-8 \pm \sqrt{8^2 - 4.1.(-20)}}{2.1}$$

$$x_{1.2} = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 80}}{2}$$

$$x_{1.2} = \frac{-8 \pm \sqrt{144}}{2}$$

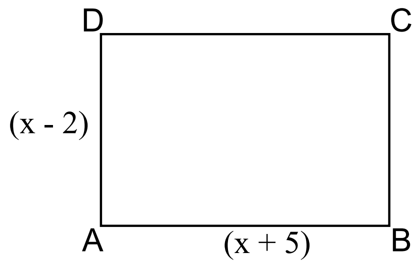
$$x_{1.2} = \frac{-8 \pm 12}{2}$$

$$x_1 = \frac{-8 + 12}{2} \text{ atau } x_2 = \frac{-8 - 12}{2}$$

$x_1 = 2$ atau $x_2 = -10$

Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah $\{-10, 2\}$

Latihan dan Pembahasan

1. 

   Luas persegipanjang ABCD = 60 cm^2. Panjang diagonalnya adalah ....
   a. 5 cm
   b. 7 cm
   c. 12 cm
   d. 13 cm

2. Jumlah dua bilangan cacah 30, sedangkan hasil kalinya 216.
   Selisih kedua bilangan itu adalah ....
   a. 30
   b. 18
   c. 12
   d. 6

Pembahasan: 1. Luas persegipanjang = panjang x lebar

$$
\begin{aligned}
60 &= (x+5)(x-2) \\
60 &= x^2 + 3x - 10 \\
x^2 + 3x - 10 - 60 &= 0 \\
x^2 + 3x - 70 &= 0 \\
(x-7)(x+10) &= 0
\end{aligned}
$$

$(x - 7) = 0$ atau $(x + 10) = 0$
$x_1 = 7$ atau $x_2 = -10$ (tidak memenuhi)

Untuk $x = 7$, maka panjang = 7 + 5 = 12, sedangkan lebar = 7 – 2 = 5.

Panjang diagonal persegipanjang $= \sqrt{12^2 + 5^2}$
$= \sqrt{144 + 25}$
$= \sqrt{169}$
$= 13$ cm

Jadi, panjang diagonal persegipanjang adalah 13 cm.

Kunci: D

2. Misal bilangan pertama = a, dan bilangan kedua = b.
   Jumlah dua bilangan 30, maka : a + b = 30.
   Hasil kalinya 216, maka : a x b = 216

$$a + b = 30 \qquad a \times b = 216$$
$$a = 30 - b \qquad (30 - b)\, b = 216$$
$$30b - b^2 = 216$$
$$b^2 - 30b + 216 = 0$$
$$(b - 12)(b - 18) = 0$$
$$(b - 12) = 0 \text{ atau } (b - 18) = 0$$
$$b_1 = 12 \qquad b_2 = 18$$

   Untuk $b_1 = 12$, maka a = 30 – 12 = 18.
   Untuk $b_2 = 18$, maka a = 30 – 18 = 12.
   Maka bilangan pertama = 12 dan bilangan kedua = 18, atau sebaliknya.
   Jadi, selisih kedua bilangan tersebut adalah 6.

   Kunci: D

KOMPETENSI 4

Siswa mampu memahami konsep bangun datar dan bangun ruang, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

RUANG LINGKUP

Kubus, persegi, segitiga, teorema Phytagoras, jajargenjang, belahketupat, layang-layang, lingkaran, volum dan luas sisi bangun ruang, kesebangunan dan segitiga kongruen.

RINGKASAN MATERI

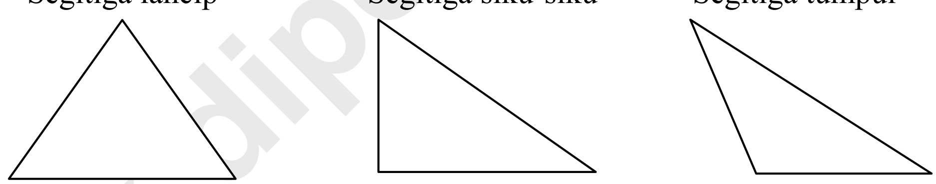
A. Jenis-Jenis Segitiga

Jenis-jenis segitiga dapat ditinjau dari besar sudut-sudutnya atau dari panjang sisi-sisinya.

1. Jenis segitiga ditinjau dari besar sudut-sudutnya.
   a. **Segitiga lancip**, yaitu segitiga yang ketiga sudutnya adalah sudut lancip.
   b. **Segitiga siku-siku**, yaitu segitiga yang salah satu sudutnya adalah sudut siku-siku atau 90°.
   c. **Segitiga tumpul**, yaitu segitiga yang salah satu sudutnya adalah sudut tumpul atau lebih 90° .

Contoh:

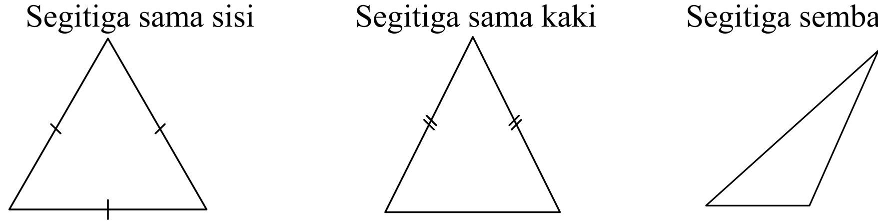
Segitiga lancip Segitiga siku-siku Segitiga tumpul



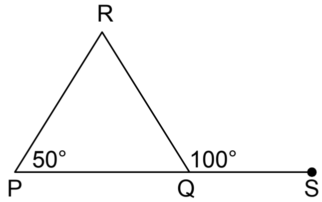
2. Jenis segitiga ditinjau dari panjang sisi-sisinya.
   a. **Segitiga sama sisi**, yaitu segitiga yang panjang ketiga sisinya sama panjang.
   b. **Segitiga sama kaki**, yaitu segitiga yang panjang kedua sisinya sama panjang.
   c. **Segitiga sembarang**, yaitu segitiga yang panjang ketiga sisinya berbeda-beda.

Contoh:

Segitiga sama sisi Segitiga sama kaki Segitiga sembarang



Contoh:



Ditinjau dari besar sudut dan panjang sisinya, segitiga apakah ΔPQR di samping.

Jawab:

$$\angle PQR = 180° - \angle RQS = 180° - 100° = 80°$$

$$\angle R = 180° - \angle P - \angle PQR = 180° - 50° - 80° = 50°$$

Karena QP = QR ($\angle P = \angle R$) dan ketiga sudut dalam ΔPQR lancip, maka ΔPQR adalah segitiga lancip sama kaki.

B. Keliling Dan Luas Segitiga

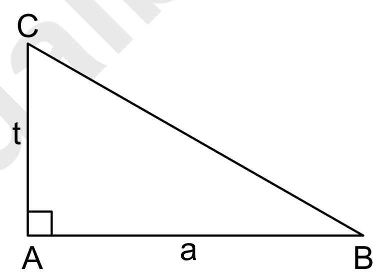
Keliling (K) segitiga adalah jumlah panjang ketiga sisinya.
Luas (L) segitiga adalah setengah hasil kali alas dan tingginya.

Perhatikan gambar ΔABC di samping!

$$K \ \Delta ABC = AB + BC + CA.$$

$$L \ \Delta ABC = \frac{1}{2} \times AB \times CA \quad \text{atau}$$

$$L \ \Delta ABC = \frac{1}{2} \times a \times t$$



a = alas segitiga dan t = tinggi segitiga

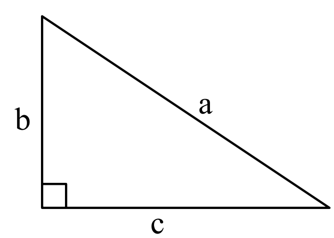
C. Teorema Phytagoras

a = sisi miring (hipotenusa)
b dan c = sisi siku-siku

$$a^2 = b^2 + c^2$$
$$b^2 = a^2 - c^2$$
$$c^2 = a^2 - b^2$$

atau

$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$
$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$
$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

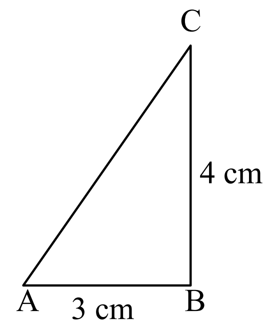


Contoh: Hitung luas dan keliling segitiga ABC di samping!

Jawab: $L = \frac{1}{2} a \times t$

$= \frac{1}{2} \times 3 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$

$= 6 \text{ cm}^2$



Panjang AC $= \sqrt{AB^2 + BC^2}$ cm

$= \sqrt{3^2 + 4^2}$ cm

$= 5$ cm

K = AB + BC + AC

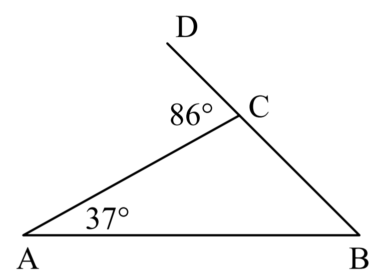
= 3 cm + 4 cm + 5 cm

= 12 cm

Jadi keliling ΔABC = 12 cm

Latihan dan Pembahasan

1. Jenis segitiga pada gambar di samping ditinjau dari sudut-sudutnya adalah ....
   a. segitiga lancip
   b. segitiga siku-siku
   c. segitiga tumpul
   d. segitiga samakaki



Pembahasan: $\angle ACB = 180° - \angle ACD$ $\quad$ $\angle B = 180° - \angle A - \angle ACB$

$= 180° - 86°$ $\quad$ $= 180° - 37° - 94°$

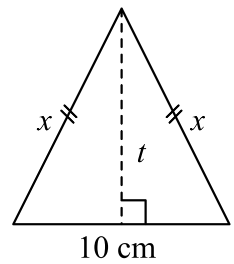
$= 94°$ $\quad$ $= 49°$

Karena salah satu sudut dari segitiga ABC adalah sudut tumpul, maka ΔABC adalah segitiga tumpul.

Kunci: C

2. Keliling sebuah segitiga samakaki 36 cm. Jika panjang alasnya 10 cm, maka luas segitiga itu adalah ....
   a. 360 cm²
   b. 180 cm²
   c. 120 cm²
   d. 60 cm²

Pembahasan: Perhatikan gambar di samping.
x = panjang kaki segitiga
y = tinggi segitiga.



$$\begin{aligned} x + y + 10 &= \text{K segitiga} \\ 2x + 10 &= 36 \\ 2x &= 26 \\ x &= 13 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$t = \sqrt{x^2 - \left(\frac{1}{2} \times 10\right)^2}$$

$$= \sqrt{13^2 - 5^2}$$

$$= 12 \text{ cm}$$

$$L\Delta = \frac{1}{2} a \times t$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \text{ cm} \times 12 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^2$$

Jadi luas segitiga = 60 cm²

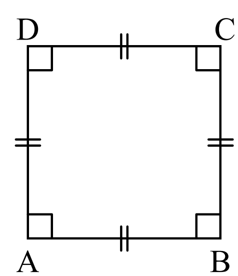
Kunci: C

RINGKASAN MATERI

Keliling dan Luas Persegi

Persegi adalah bangun datar yang panjang sisi-sisinya sama panjang dan semua sudutnya siku-siku.

- Keliling (K) persegi adalah empat kali panjang sisinya.
- Luas (L) persegi adalah hasil kali kedua sisinya.



Perhatikan gambar persegi ABCD di samping.

K = AB + BC + CD + DA atau K = 4S
L = AB x AD atau L = S x S

K = keliling persegi, L = luas persegi, dan S = panjang sisi.

Contoh: Hitung luas dan keliling persegi yang panjang sisinya 5 cm.

<u>Jawab</u>: S = 5 cm

L = S x S
= 5 cm x 5 cm
= 8 cm²

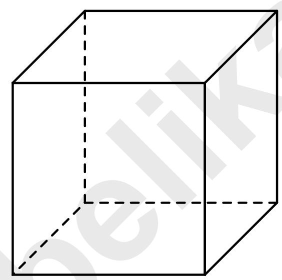
K = 4S
= 4 x 5 cm
= 20 cm

Jadi luas persegi adalah 8 cm² dan keliling 20 cm

Kubus

Kubus adalah bangun ruang yang dibatasi enam buah bidang kongruen yang berbentuk persegi.

Perhatikan gambar kubus di samping:



- Setiap daerah persegi pada kubus disebut **sisi**
- Perpotongan antara dua persegi (sisi), pada kubus disebut **rusuk**
- Perpotongan antara tiga rusuk pada kubus disebut **titik sudut** atau **titik pojok**.

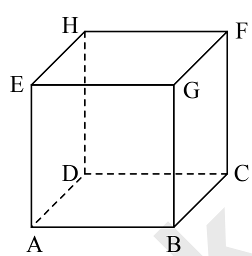
Sehingga kubus mempunyai:

1. Enam buah sisi berbentuk persegi yang kongruen.
2. Dua belas rusuk yang sama panjang.
3. Delapan buah titik sudut (titik pojok).

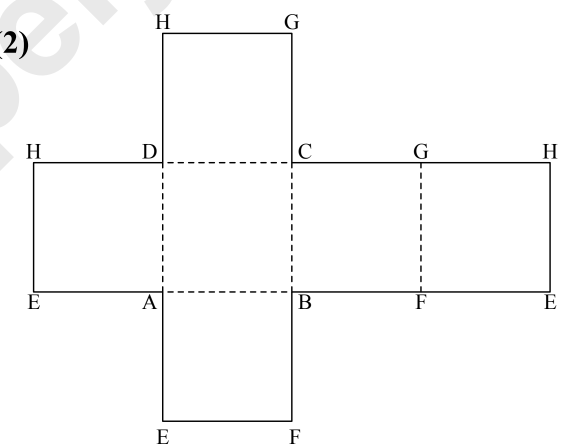
Jaring–Jaring Kubus

Perhatikan gambar kubus ABCD.EFGH di bawah ini:

(1)



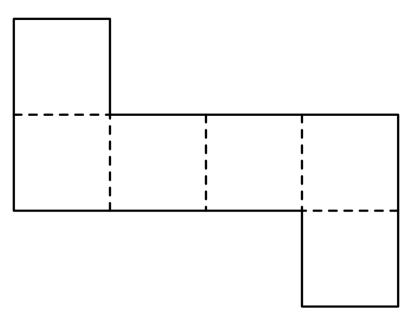
(2)



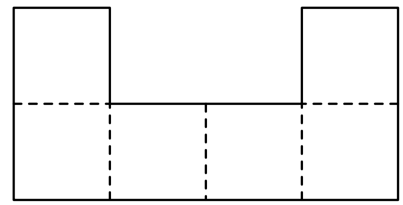
Jika kubus pada gambar (1) yang terbuat dari karton digunting menurut rusuk EH, EA, HD, HF, HD, FC, dan FB, maka hasilnya akan tampak pada gambar (2) setelah direbahkan.

Gambar (2) yang merupakan rangkaian 6 buah persegi disebut jaring-jaring kubus pada gambar (1).

Gambar di samping adalah jaring-jaring kubus, karena dari rangkaian persegi tersebut dapat dibuat kubus tertutup, tanpa ada persegi yang saling bertumpukan.

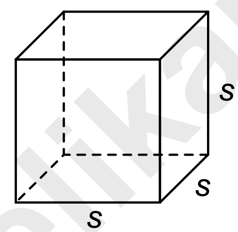


Gambar di samping bukan jaring-jaring kubus, karena dari 6 rangkaian persegi tersebut tidak dapat dibuat kubus tertutup dan ada persegi yang rangkap.



Volum Dan Luas Sisi Kubus

Gambar di samping adalah kubus yang panjang rusuknya = *s*
Rumus volum (V) kubus adalah:



$V = s \times s \times s$ atau $V = s^3$

Rumus luas (L) sisi kubus adalah:

$L = 6 \times s \times s$ atau $L = 6 \times s^2$

<u>Contoh</u>: Hitunglah volum dan luas sisi kubus yang panjang rusuknya 5 cm.

<u>Jawab:</u> $s = 5$ cm

$V = s^3$ $\quad$ $L = 6 \times s^2$

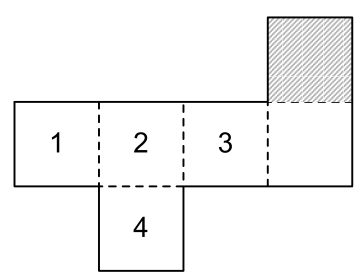
$= 5^3$ $\quad$ $= 6 \times 5^2$

$= 125 \text{ cm}^3$ $\quad$ $= 150 \text{ cm}^2$

Jadi volum kubus 125 cm^3 dan luas sisi kubus 150 cm^2

Latihan dan Pembahasan

1. Pada jaring-jaring di samping, yang diarsir adalah sisi atas (tutup). Persegi yang menjadi alasnya adalah nomor ....
   a. 1
   b. 2
   c. 3
   d. 4



Pembahasan: Jika enam rangkaian persegi tersebut dibuat kubus, maka sisi yang berhadapan dengan daerah yang diarsir adalah persegi no.4.
Jadi jika persegi yang diarsir menjadi tutup, maka alas kubus adalah persegi nomor 4.

Kunci: D

2. Volum sebuah kubus yang memiliki luas sisi 1.176 cm^2 adalah ....

   a. 1.331 cm^3
   b. 2.197 cm^3
   c. 2.744 cm^3
   d. 4.096 cm^3

Pembahasan: Luas sisi = $6 \times s^2$ (s = rusuk kubus)

$$
\begin{aligned}
1.176 &= 6 \times s^2 \\
s^2 &= 1.176 : 6 \\
s^2 &= 196 \\
s &= 14 \text{ cm} \\
\\
V &= s^3 \\
&= 14 \times 14 \times 14 \\
&= 2.744
\end{aligned}
$$

Jadi volum kubus 2.744 cm^3

Kunci : C

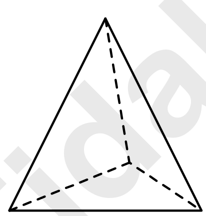
RINGKASAN MATERI

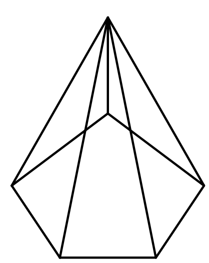
Limas

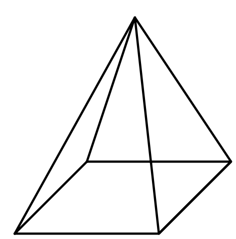
Limas adalah bangun ruang yang dibatasi oleh segi banyak dan beberapa buah segitiga yang bertemu pada satu titik puncak.

Nama Limas berdasar segi banyak pada sisi alasnya:

- **Limas segitiga** adalah limas yang alasnya berbentuk segitiga (gambar 1).
- **Limas segilima** adalah limas yang alasnya berbentuk segilima (gambar 2).
- **Limas persegi** adalah limas yang alasnya berbentuk persegi (gambar 3).

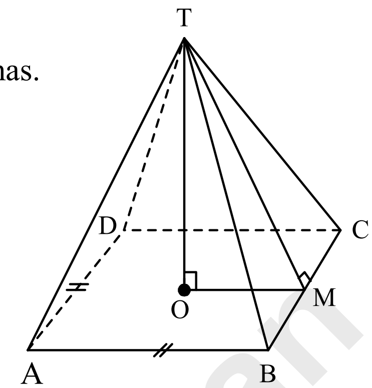

(1)


(2)


(3)

Luas Dan Volum Limas

Rumus volum (V) limas adalah segitiga luas alas kali tinggi limas.



$$V = \frac{1}{3} \text{ x luas alas x tinggi}$$

Luas limas terdiri dari luas alas dan luas sisi tegaknya. pada gambar limas T.ABCD di samping alasnya adalah persegi ABCD dan sisi tegaknya adalah 4 segitiga sama kaki kongruen TAB, TBC, TCD, dan TAD.

Luas limas = luas alas + jumlah segitiga sisi tegak

Contoh : Hitung luas dan volum limas persegi T.ABCD pada gambar di atas, jika panjang AB = 14 cm dan TO = 24 cm.

Jawab: Panjang TM $= \sqrt{TO^2 + OM^2}$

$= \sqrt{TO^2 + \left(\frac{1}{2} \times AB\right)^2}$

$= \sqrt{24^2 + \left(\frac{1}{2} \times 14\right)^2}$

$= \sqrt{576 + 49}$

$=$ 25 cm

Luas limas = Luas alas + 4 x luas T.BC

$= (AB \text{ x } AD) + 4 \text{ x } \left(\frac{1}{2} \times BC \times TM\right)$

$= (14 \text{ x } 14) + 4 \text{ x } \left(\frac{1}{2} \times 14 \times 25\right)$

$= 196 + 700$

$= 896$

Jadi luas limas = 896 cm^2

V $= \frac{1}{3}$ x luas alas x tinggi

$= \frac{1}{3}$ x (14 x 14) x 24

$= 1568$

Jadi luas limas = 1.568 cm^3

Latihan dan Pembahasan

1. Sebuah limas dengan alas persegi berukuran panjang sisinya 10 cm. Jika tinggi limas 12 cm, maka luas sisi tegak limas adalah ....
   a. 120 cm^2
   b. 130 cm^2
   c. 260 cm^2
   d. 280 cm^2

Pembahasan:

Perhatikan gambar limas di samping.

tinggi limas (*t*) = 12 cm

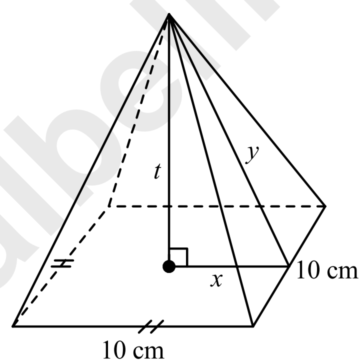
y = tinggi segitiga sisi tegak

$$y = \sqrt{t^2 + x^2}$$

$$= \sqrt{12^2 + \left(\frac{1}{2} \times 10\right)^2}$$

$$= \sqrt{144 + 25}$$

$$= 13 \text{ cm}$$



Luas sisi tegak = 4 x luas segitiga

$$= 4 \text{ x } \left(\frac{1}{2} \times 10 \times y\right)$$

$$= 4 \text{ x } \left(\frac{1}{2} \times 10 \times 13\right) = 260$$

Jadi luas sisi tegak limas = 260 cm^2.

Kunci: C

2. Sebuah limas alasnya berbentuk jajargenjang dengan alas 15 cm dan tinggi 8 cm. Bila volum limas 600 cm^3, maka tinggi limas adalah ....
   a. 50 cm
   b. 25 cm
   c. 15 cm
   d. 5 cm

Pembahasan:

Perhatikan gambar sketsa di samping.

Luas alas = Luas jajar genjang
= 15 cm x 8 cm
= 120 cm^2

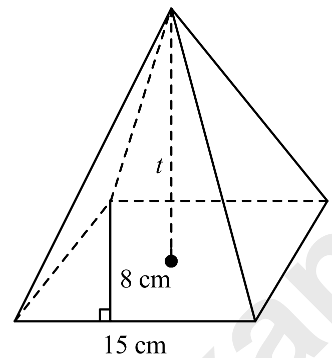
$$V = \frac{1}{3} \text{ x luas alas x tinggi}$$

$$600 = \frac{1}{3} \text{ x } 120 \text{ x } t$$

$$600 = 40 \text{ x } t$$

$$t = 600 : 40 = 15$$

Jadi tinggi limas = 15 cm.



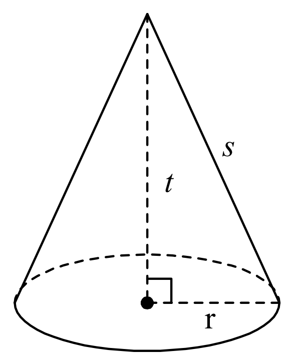
Kunci: C

RINGKASAN MATERI

Kerucut

Kerucut dapat juga dikatakan sebagai limas dengan alas lingkaran dan sisi tegaknya berupa bidang lengkung yang biasa disebut **selimut kerucut**.

Pada gambar kerucut di samping;
- π adalah jari-jari alas kerucut,
- **t** adalah tinggi kerucut, dan
- **s** adalah garis pelukis.



Hubungan π, *t*, dan *s* adalah sebagai berikut:

$$s^2 = r^2 + t^2$$
$$r^2 = s^2 - t^2$$
$$t^2 = s^2 - r^2$$

atau

$$s = \sqrt{r^2 + t^2}$$
$$r = \sqrt{s^2 - t^2}$$
$$t = \sqrt{s^2 - r^2}$$

Contoh: Hitunglah tinggi kerucut yang jari-jari alasnya 6 cm dan panjang garis pelukisnya 10 cm.

Jawab: π = 6 cm, s = 10 cm

$$t = \sqrt{s^2 - r^2}$$
$$= \sqrt{10^2 - 6^2}$$
$$= \sqrt{64}$$
$$= 8$$

Jadi tinggi kerucut = 8 cm.

Volum Dan Luas Kerucut

Volum kerucut sama dengan volum limas yaitu sepertiga luas alas kali tinggi. Oleh karena alas kerucut berbentuk lingkaran, maka luas alas kerucut adalah πr^2, sehingga rumus volum (V) kerucut adalah sebagai berikut:

$$\boxed{V = \frac{1}{3}\pi r^2 t}$$

Luas sisi kerucut terdiri dari luas alas yang berbentuk lingkaran dengan rumus πr^2 dan luas selimut dengan rumus πrs.

Jadi rumus luas (L) sisi kerucut adalah:

$\boxed{L = \pi r^2 + \pi r s}$ atau $\boxed{L = \pi r\ (r + s)}$

<u>Contoh:</u> Hitung volum dan luas kerucut yang tingginya 12 cm serta garis pelukis 13 cm.

<u>Jawab</u>: $t = 12$ cm, $s = 13$ cm

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{s^2 - t^2} \\ &= \sqrt{13^2 - 12^2} \\ &= \sqrt{25} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}\pi r^2 t \\ &= \frac{1}{3} \times 3{,}14 \times 5 \times 5 \times 12 \\ &= 314 \end{aligned}$$

Jadi volum $= 314\ \text{cm}^3$

$$\begin{aligned} V &= \pi r\ (r + s) \\ &= 3{,}14 \times 5\ (5 + 13) \\ &= 282{,}6 \end{aligned}$$

Jadi luas kerucut = $282{,}6\ \text{cm}^2$.

Latihan dan Pembahasan

Suatu kerucut jari-jarinya 7 cm dan tingginya 24 cm. Jika $\pi = \frac{22}{7}$, maka luas seluruh permukaan kerucut tersebut adalah ....

a. $682\ \text{cm}^2$
b. $704\ \text{cm}^2$
c. $726\ \text{cm}^2$
d. $752\ \text{cm}^2$

Pembahasan:

$$
\begin{aligned}
r &= 7 \text{ cm}, \; t = 24 \text{ cm} \\
s &= \sqrt{r^2 + t^2} \\
&= \sqrt{7^2 + 24^2} \\
&= \sqrt{625} \\
&= 25 \text{ cm} \\
L &= \pi r \, (r + s) \\
&= \frac{22}{7} \times 7\,(7 + 25) \\
&= 704
\end{aligned}
$$

Jadi luas seluruh permukaan kerucut = 704 cm^2.

Kunci : B

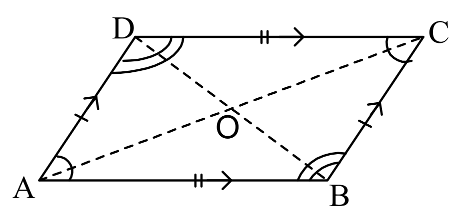
RINGKASAN MATERI

Jajargenjang

Jajargenjang adalah bangun segiempat dengan sisi-sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang.

Sifat-sifat jajargenjang.
- Sisi yang berhadapan sejajar dan sama panjang.
- Sudut yang berhadapan sama besar.
- Kedua diagonalnya berpotongan di tengah-tengah.
- Sudut yang berdekatan jumlahnya 180°.
- Menempati bingkainya dengan dua cara.

Perhatikan jajargenjang ABCD di samping.
1. AB = DC, AD = BC dan AB//DC, AD // BC
2. $\angle A = \angle C$ dan $\angle B = \angle D$
3. AO = CO dan BO = DO
4. $\angle BAD + \angle ABC = 180°$.

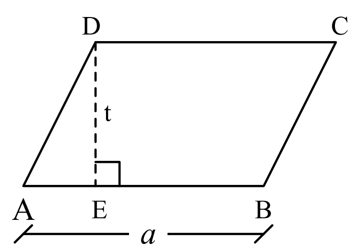


Luas Dan Keliling Jajargenjang

Luas (L) jajargenjang adalah hasil kali alas (a) dan tinggi (t)

$$\boxed{L = a \times t}$$

Pada jajargenjang di samping, alasnya adalah AB dan tingginya DE.



Keliling ABCD = AB + BC + CD + AD

Jadi:

Keliling jajargenjang = jumlah panjang keempat sisinya

Contoh: Pada jajargenjang ABCD di atas, diketahui panjang AB = 10 cm, AE = 3 cm, dan DE = 4 cm.
Hitunglah luas dan keliling ABCD tersebut?

Jawab: a = 10 cm, t = 4 cm, dan AE = 3 cm

$$\begin{aligned}\text{Panjang AD} &= \sqrt{AE^2 + t^2}\\ &= \sqrt{3^2 + 4^2}\\ &= \sqrt{25}\\ &= 5\text{ cm}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}L &= a \times t\\ &= 10\text{ cm} \times 4\text{ cm}\\ &= 40\text{ cm}^2\end{aligned}$$

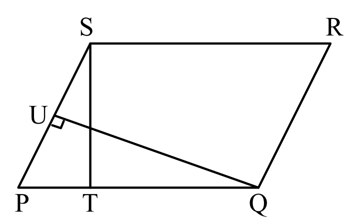
Jadi luas ABCD = 40 cm^2.

$$\begin{aligned}K &= AB + BC + CD + DA\\ &= 10\text{ cm} + 5\text{ cm} + 10\text{ cm} + 5\text{ cm}\\ &= 30\text{ cm}\end{aligned}$$

Jadi keliling ABCD = 30 cm^2.

Latihan dan Pembahasan

Diketahui jajargenjang PQRS. Bila luas PQRS = 144 m^2, panjang PQ = 18 cm, dan QU = 9 cm, maka keliling jajargenjang PQRS adalah ....



a. 64 cm
b. 68 cm
c. 72 cm
d. 85 cm

Pembahasan:

$$\begin{aligned}\text{Luas PQRS} &= a \times t\\ &= PS \times QU\\ 144 &= PS \times 9\\ PS &= 144 : 9\\ &= 16\text{ cm}\end{aligned}$$

$$SR = PQ \text{ dan } QR = PS$$
$$= 18\text{ cm} \qquad = 16\text{ cm}$$

$$\begin{aligned} K &= PQ + QR + RS + SP \\ &= 18 \text{ cm} + 16 \text{ cm} + 18 \text{ cm} + 16 \text{ cm} \\ &= 68 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi keliling jajargenjang PQRS = 68 cm

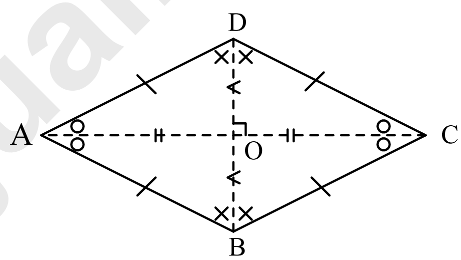
Kunci: B

RINGKASAN MATERI

Belah Ketupat

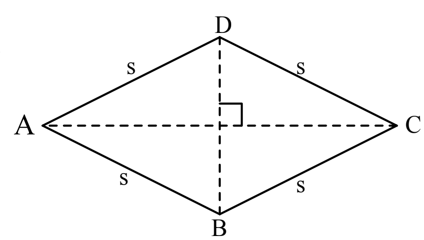
Belah ketupat adalah bangun segiempat yang panjang keempat sisinya sama panjang.

Sifat-sifat belah ketupat:
- Semua sisinya sama panjang
- Sudut yang berhadapan sama besar dan dibagi dua sama besar oleh diagonalnya.
- Diagonal-diagonalnya merupakan sumbu simetri
- Kedua diagonalnya berpotongan di tengah-tengah dan saling berpotongan tegak lurus.
- Dapat menempati bingkainya dengan dua cara



Perhatikan gambar belah ketupat ABCD di samping.
1. AB = BC = CD = AD
2. $\angle A = \angle C$ dan $\angle B = \angle D$,
   $\angle ABD = \angle CBD$ dan $\angle BAC = \angle DAC$
3. AO = CO, BO = DO, dan $AC \perp BD$.

Luas Dan Keliling Belah Ketupat



Perhatikan gambar belah ketupat ABCD di samping.

Luas ABCD = $\frac{1}{2}$ x AC x BD.

AC dan BD adalah diagonal belah ketupat ABCD.

Jadi:

$$\boxed{\text{Luas belah ketupat} = \frac{1}{2} \text{ x hasil kali panjang kedua diagonalnya}}$$

atau

$$\boxed{L = \frac{1}{2} d_1 \text{ x } d_2}$$

d_1 = diagonal pertama
d_2 = diagonal kedua

Keliling ABCD = AB + BC + CD + AD

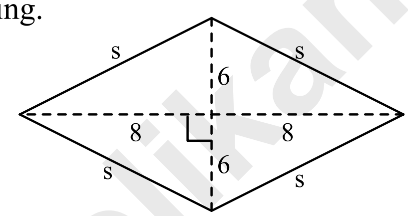
Jadi

$$\boxed{\text{Keliling belah ketupat = Jumlah panjang keempat sisinya}}$$

atau: $\boxed{K = 4\,s}$ s = panjang sisi

<u>Contoh</u>: Hitung luas dan keliling belah ketupat yang panjang kedua diagonalnya 12 cm dan 16 cm.

<u>Jawab</u>: Perhatikan gambar sketsa belah ketupat di samping.
d_1 = 12 cm, d_2 = 16 cm



$$\begin{aligned} S &= \sqrt{6^2 + 8^2} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2 \\ &= \frac{1}{2} \times 12 \text{ cm} \times 16 \text{ cm} \\ &= 96 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jadi luas belah ketupat = 96 cm^2.

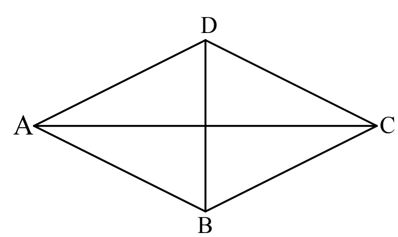
$$\begin{aligned} K &= 4s \\ &= 4 \times 10 \text{ cm} \\ &= 40 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi keliling belah ketupat = 40 cm.

Latihan dan Pembahasan

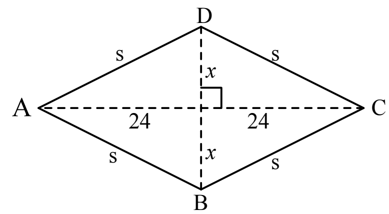
Keliling belah ketupat ABCD = 104 cm.
Jika panjang AC = 48 cm, maka luas ABCD adalah ....

a. 68 cm^2
b. 200 cm^2
c. 480 cm^2
d. 960 cm^2



Pembahasan:

Perhatikan gambar belah ketupat di samping.



K = 104 cm, AC = 48 cm.

$$\begin{aligned} K &= 4s \\ 104 &= 4s \\ s &= 104 : 4 \\ &= 26 \text{ cm} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} \text{Panjang } x &= \sqrt{s^2 - 24^2} \\ &= \sqrt{26^2 - 24^2} \\ &= \sqrt{100} \\ &= 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Luas ABCD} &= \frac{1}{2} \text{ x } AC \text{ x } BD \\ &= \frac{1}{2} \text{ x } 48 \text{ x } (2 \text{ x } 10) \\ &= 480 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Jadi luas ABCD = 480 cm^2

Kunci: C

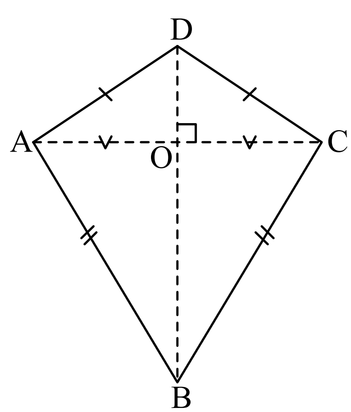
RINGKASAN MATERI

Layang-Layang

Layang-layang adalah bangun segiempat dengan sisinya sepasang-sepasang yang berdekatan sama panjang.

Sifat-sifat layang-layang:
- Sisinya sepasang-sepasang sama panjang
- Sepasang sudut yang berhadapan sama besar.
- Salah satu diagonalnya merupakan sumbu simetri
- Kedua diagonalnya berpotongan saling tegak lurus
- Menempati bingkainya dengan dua cara

Perhatikan gambar layang-layang ABCD di samping.



1. AD = CD dan AB = BC
2. $\angle A = \angle C$
3. AO = OC
4. $AC \perp BD$.

Perhatikan gambar layang-layang ABCD di atas.

Luas ABCD = $\frac{1}{2}$ x AC x BD.

AC dan BD adalah diagonal layang-layang ABCD.

Jadi:

Luas layang-layang = $\frac{1}{2}$ x hasil kali kedua diagonalnya

atau

$$\boxed{L = \frac{1}{2} d_1 \times d_2}$$

d_1 = diagonal pertama
d_2 = diagonal kedua

Keliling ABCD = AB + BC + CD + AD
Jadi:

Keliling layang-layang = jumlah panjang keempat sisinya

<u>Contoh</u>: Hitung luas layang-layang yang panjang diagonalnya 8 cm dan 10 cm.

<u>Jawab</u>: d_1 = 8 cm, d_2 = 10 cm

$$L = \frac{1}{2} \times d_1 \times d_2$$
$$= \frac{1}{2} \times 8 \text{ cm} \times 10 \text{ cm}$$
$$= 40 \text{ cm}^2$$

Jadi luas layang-layang = 40 cm^2.

Latihan dan Pembahasan

Berikut ini sifat-sifat layang-layang yang dimiliki belah ketupat adalah ....
a. mempunyai satu sumbu simetri
b. dapat menempati bingkainya dengan 4 cara
c. diagonalnya berpotongan tegak lurus
d. dapat dibentuk dari dua segitiga sembarang yang kongruen

Pembahasan:
a. salah karena belah ketupat mempunyai dua sumbu simetri
b. salah karena layang-layang dapat menempati bingkainya hanya dengan dua cara
c. benar karena layang-layang dan belah ketupat kedua diagonalnya berpotongan tegak lurus
d. salah karena layang-layang tidak selalu dibentuk oleh dua segitiga sembarang yang kongruen.

Kunci: C

RINGKASAN MATERI

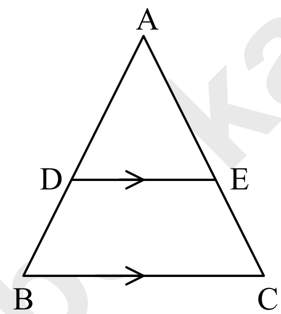
Segitiga-Segitiga Yang Sebangun

Syarat dua segitiga sebangun ada dua yaitu karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar atau sisi-sisi yang bersesuaian mempunyai perbandingan yang sama.

1. Jika sudut-sudut yang bersesuaian pada dua segitiga sama besar, maka sisi-sisi yang bersesuaian adalah sebanding, jadi dua segitiga tersebut sebangun.

<u>Contoh</u>: Perhatikan ΔADE dan ΔABC pada gambar di samping.

1. $\angle A = \angle A$ (berimpit)
2. $\angle ADE = \angle ABC$ (sehadap)
3. $\angle AED = \angle ACB$ (sehadap)



Jadi ΔADE dan ΔABC sebangun karena sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Sehingga sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, yaitu:

$$\boxed{\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}}$$

2. Jika sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga sebanding, maka sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Sehingga kedua segitiga tersebut sebangun.

<u>Contoh</u>: Dalam ΔABC, diketahui panjang AB = 4 cm, BC = 10 cm, dan AC = 6 cm.
Dalam ΔDEF, diketahui panjang DE = 9 cm. EF = 6 cm, dan DF = 15 cm.
Tunjukan ΔABC dan ΔDEF sebangun dan sebutkan pasangan sudut-sudut yang sama besar?

<u>Jawab</u>: Susun dengan urutan naik panjang sisi pada ΔABC berbanding pada ΔDEF.

$$\frac{4 \text{ cm}}{6 \text{ cm}} = \frac{6 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = \frac{10 \text{ cm}}{15 \text{ cm}}$$

ketiganya dapat disederhanakan menjadi $\left(\frac{2}{3}\right)$

Jadi ΔABC dan ΔDEF sebangun karena sisi-sisi yang bersesuaian sebanding yaitu: $\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{DE} = \frac{BC}{DF}$.

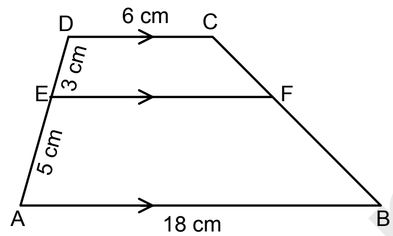
Maka pasangan sudut yang sama besar adalah:

- $\angle A = \angle E$
- $\angle B = \angle F$
- $\angle C = \angle D$

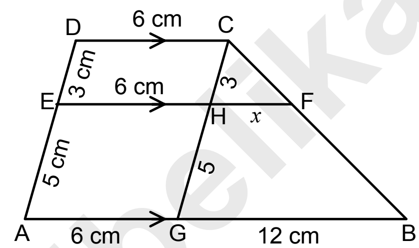
Latihan dan Pembahasan

Pada gambar di samping, panjang EF adalah ....

a. 6,75 cm
b. 9 cm
c. 10,5 cm
d. 10,8 cm



Pembahasan:



Perhatikan gambar di samping.
GC sejajar AD, maka:
AG = EH = DC = 6 cm,
GH = AE = 5 cm, dan
CH = DE = 3 cm
GB = 18 cm – 6 cm = 12 cm.
Perhatikan ΔCHF dan ΔCGB:

$$\frac{CH}{CG} = \frac{HF}{GB}$$

$$\frac{3}{8} = \frac{x}{12}$$

$$x = \frac{3 \times 12}{8} = 4{,}5 \text{ cm}$$

Panjang EF = EH + HF
= 6 cm + 4,5 CM
= 10,5 cm

Kunci: C

RINGKASAN MATERI

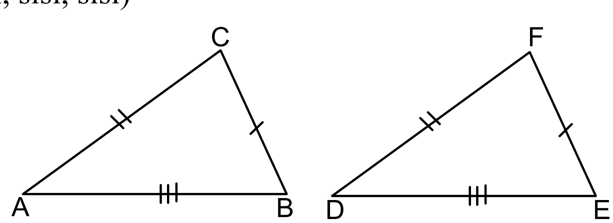
Segitiga-Segitiga Yang Kongruen

Syarat dua segitiga kongruen ada tiga, yaitu:
1. Jika ketiga sisinya sama panjang
2. Jika kedua sudut dan satu sisinya sama
3. Jika kedua sisi dan satu sudutnya sama

1. <u>Ketiga sisinya sama panjang</u> (sisi, sisi, sisi)

Contoh: 1. AB = DE
2. AC = DF
3. BC = EF

Jadi ΔABC dan ΔDEF kongruen (s, s, s)

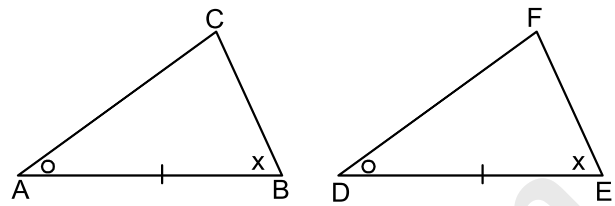


2. <u>Kedua sudut dan satu sisinya sama</u>

   a. (sudut, sisi, sudut)

   Contoh: 1. $\angle A = \angle D$
   2. $AB = DE$
   3. $\angle B = \angle E$

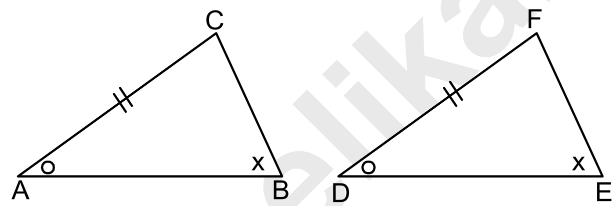
   Jadi ΔABC dan ΔDEF kongruen (sd, s, sd)



   b. (sisi, sudut, sudut)

   Contoh: 1. $AC = DF$
   2. $\angle A = \angle D$
   3. $\angle B = \angle E$

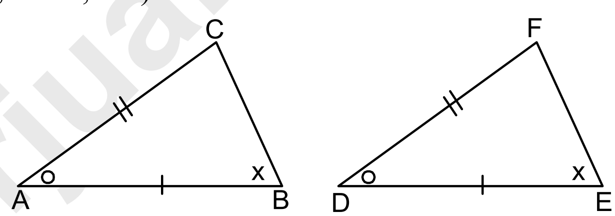
   Jadi ΔABC dan ΔDEF kongruen (s, sd, sd)



3. <u>Kedua sisi dan satu sudutnya sama</u> (sisi, sudut, sisi)

Contoh: 1. $AB = DE$
2. $\angle A = \angle D$
3. $AC = DF$

Jadi ΔABC dan ΔDEF kongruen (s, sd, s)

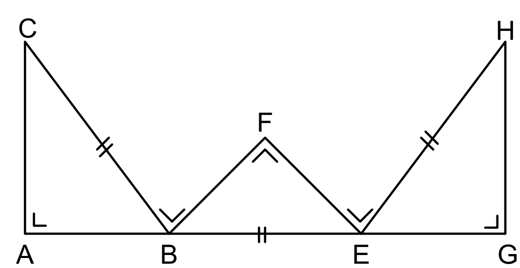


Catatan: Dua segitiga yang kedua sisinya dan satu sudutnya sama dengan urutan (s, s, sd) maupun dua segitiga yang ketiga sudutnya sama belum tentu kongruen

Latihan dan Pembahasan

Perhatikan gambar!
Panjang AB = 12 cm dan
EG = 16 cm. Panjang BF = ...

a. 12 cm
b. 16 cm
c. 20 cm
d. 28 cm



Pembahasan:

Perhatikan ΔABC dengan ΔBEF.

1. $BC = BE$ (diketahui)
2. $\angle ABC = \angle BEF$ $(180° - 90° - \angle GEH)$
3. $\angle F = \angle G$ $(90°)$

Jadi ΔBEF dan ΔEGH kongruen (s, sd, sd).
Oleh karena itu ΔABC, ΔBEF, dan ΔEGH kongruen,
maka panjang BF = AC = EG = 16 cm.

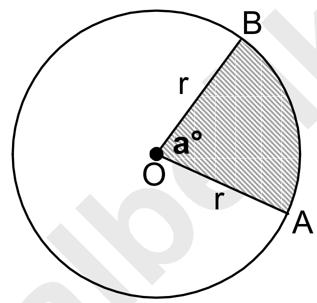
Kunci: B

RINGKASAN MATERI

Juring

Juring adalah daerah yang dibatasi oleh dua jari-jari dan busur pada sebuah lingkaran.

Gambar di samping adalah contoh juring OAB dengan sudut pusat a° dan jari-jari r.



Luas Juring Dan Panjang Busur

Rumus luas juring dengan sudut pusat = a° dan panjang jari-jari = r adalah:

$$\text{Luas Jaring} = \frac{a}{360^o} \times \pi\, r^2$$

Rumus panjang busur dengan sudut pusat = a° dan panjang jari-jari = r seperti tampak pada gambar busur AB di atas adalah:

$$\text{Panjang busur} = \frac{a}{360^o} \times 2\pi\, r$$

Contoh: Hitung luas juring dan panjang busur sebuah juring yang sudut pusatnya 90° dan panjang jari-jarinya 7 cm.

Jawab: r = 7 cm dan a = 90°

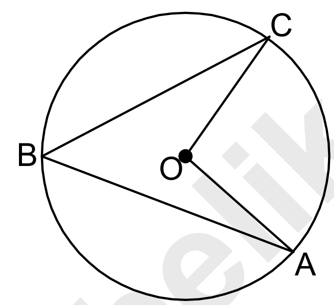
$$\text{Luas juring} = \frac{a}{360} \times \pi\, r^2$$
$$= \frac{90°}{360°} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7$$
$$= 38{,}5$$

Jadi luas juring = 38,5 cm²

$$\text{Panjang busur} = \frac{a}{360^o} \times 2\pi r$$
$$= \frac{90^o}{360^o} \times 2 \times \frac{22}{7} \times 7$$
$$= 11$$

Jadi panjang busur = 11 cm

Hubungan Sudut Pusat Dan Sudut Keliling



Perhatikan gambar di samping.

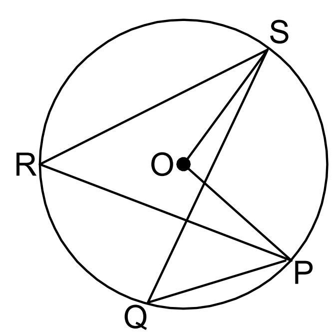
- O adalah pusat lingkaran, maka:
  $\angle AOC$ = sudut pusat
- B titik pada keliling lingkaran, maka:
  $\angle ABC$ = sudut keliling

Hubungan sudut pusat dan sudut keliling pada setiap lingkaran adalah:

> Besar sudut pusat = 2 kali sudut keliling bila kedua sudut menghadap busur yang sama.
>
> **atau**
>
> Besar sudut keliling = $\frac{1}{2}$ kali sudut pusat bila kedua sudut menghadap busur yang sama.

Pada gambar di atas, $\angle AOC$ dan $\angle ABC$ menghadap busur yang sama yaitu busur AC.
Jadi:

$$\angle AOC = 2 \times \angle ABC$$
atau
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \times \angle AOC$$

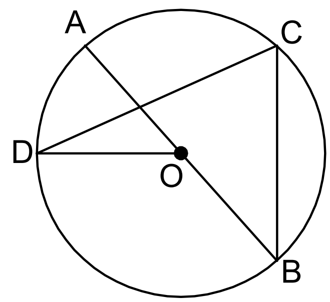


<u>Contoh</u>: Pada gambar di samping, diketahui $\angle PRS = 30°$.
Hitung $\angle POS$ dan $\angle PQS$.

<u>Jawab</u>: $\angle POS = 2 \times \angle PRS$
$= 2 \times 30$
$= 60°$

$\angle PQS = \frac{1}{2} \times \angle POS$
$= \frac{1}{2} \times 60°$
$= 30°$

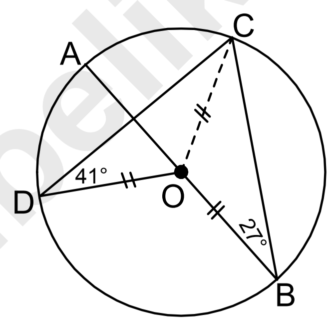
Latihan dan Pembahasan



Perhatikan gambar di samping!
Diketahui $\angle CDO = 41^\circ$ dan $\angle CBO = 27^\circ$. Besar $\angle AOD$ adalah ....

a. 72°
b. 68°
c. 56°
d. 44°

Pembahasan: Perhatikan gambar di samping!



ΔCDO samakaki karena OD = OC (jari-jari)

maka $\angle DCO = \angle CDO$
$= 41^\circ$

ΔBCO samakaki karena BO = CO (jari-jari)

maka $\angle BCO = \angle CBO$
$= 27^\circ$

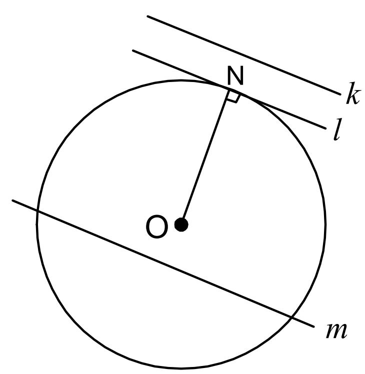
$\angle BOD = 2 \times (\angle DCO + \angle BCO)$
$= 2 \times (41^\circ + 27^\circ)$
$= 136^\circ$

$\angle AOD = 180^\circ - \angle BOD$
$= 180^\circ - 136^\circ$
$= 44^\circ$

Kunci: D

RINGKASAN MATERI

Garis Singgung Lingkaran



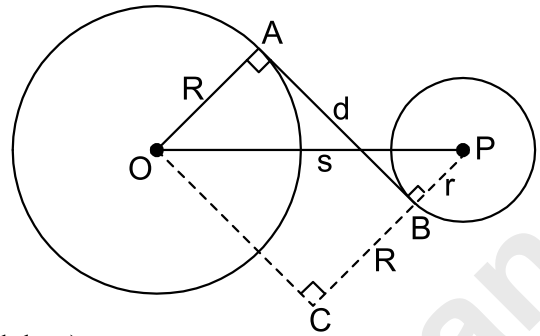
Perhatikan gambar di samping.

- **k** adalah garis di luar lingkaran
- **m** adalah garis memotong lingkaran
- **l** adalah garis menyinggung lingkaran di titik N. Sehingga garis l tegak lurus dengan jari-jari ON atau ($l \perp ON$).

Setiap garis singgung selalu tegak lurus dengan jari-jari lingkaran melalui titik singgungnya.

Garis Singgung Persekutuan Dalam

Perhatikan gambar di samping.
d = AB (garis singgung persekutuan dalam)
s = OP (jarak 2 titik pusat lingkaran)
R = OA (jari-jari lingkaran besar)
r = PB (jari-jari lingkaran kecil)



ABCO adalah persegipanjang, maka
CO = AB atau d (garis singgung persekutuan dalam)
BC = AO atau R

Perhatikan ΔOPC.
$OP^2 = OC^2 + PC^2$

$$\boxed{\begin{aligned} S^2 &= d^2 + (R + r)^2 \\ d^2 &= s^2 - (R + r)^2 \\ (R + r)^2 &= s^2 - d^2 \end{aligned}}$$

Contoh: Diketahui jarak titik pusat dua lingkaran 10 cm dan panjang garis singgung persekutuan dalamnya 8 cm. Jika panjang jari-jari lingkaran yang kecil 2 cm, hitunglah panjang jari-jari lingkaran yang besar?

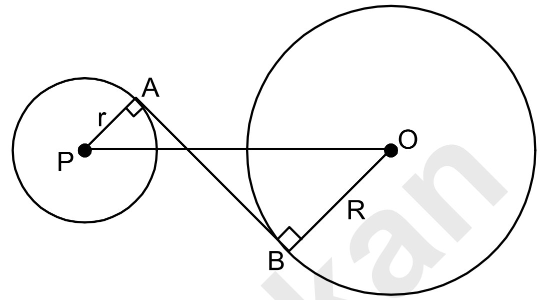
Jawab: S = 10 cm, d = 8 cm, dan r = 2 cm

$$\begin{aligned} (R + r)^2 &= s^2 - d^2 \\ R + r &= \sqrt{s^2 - d^2} \\ R + 2 &= \sqrt{10^2 - 8^2} \\ R + 2 &= \sqrt{36} \\ R + 2 &= 6 \\ R &= 4 \end{aligned}$$

Jadi jari-jari lingkaran yang besar = 4 cm.

Latihan dan Pembahasan

Perhatikan gambar di samping!
Titik O dan P merupakan pusat lingkaran panjang garis singgung persekutuan dalam AB = 12 cm. Jika R = 3 cm dan OP = 13 cm, maka perbandingan luas lingkaran P dan lingkaran O adalah ....



a. 2 : 3
b. 3 : 2
c. 4 : 9
d. 9 : 4

Pembahasan: d = 12 cm, R = 3 cm, dan s = 13 cm

$$
\begin{aligned}
(R + r)^2 &= s^2 - d^2 \\
R + r &= \sqrt{s^2 - d^2} \\
3 + r &= \sqrt{13^2 - 12^2} \\
3 + r &= \sqrt{25} \\
3 + r &= 5 \\
r &= 2 \text{ cm}
\end{aligned}
$$

Perbandingan luas lingkaran P dengan lingkaran O adalah:

$$
\begin{aligned}
\pi r^2 &: \pi R^2 \\
\pi \times 2^2 &: \pi \times 3^2 \\
4 &: 9
\end{aligned}
$$

Kunci: C

KOMPETENSI 5

Siswa mampu mengolah, menyajikan, dan menafsirkan data, serta mampu menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

RUANG LINGKUP

Menyelesaikan soal dalam kehidupan sehari-hari yang berkaitan dengan ukuran pemusatan.

RINGKASAN MATERI

Ukuran Pemusatan Dari Data Tunggal

Pengertian mean, median, modus.

a. **Mean atau Rata-rata**

$$\boxed{\text{Mean} = \frac{\text{Jumlah seluruh ukuran}}{\text{banyak ukuran}}} \quad \text{atau} \quad \boxed{\bar{x} = \frac{\sum x}{n}}$$

b. **Median**

Median disebut juga nilai tengah. Median merupakan nilai yang terletak di tengah data, jika data sudah diurutkan dari data kecil ke data besar.

c. **Modus**

Data yang diperoleh dari penelitian umumnya mempunyai nilai yang berbeda-beda. Ada data yang muncul satu kali dan ada data yang muncul berulang kali. Data (ukuran) yang sering muncul disebut *modus*.

<u>Contoh</u>: Tentukan mean, modus, dan median dari data berikut:
3, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 8, 10

<u>Jawab</u>: Mean (rata-rata) $= \dfrac{3 + 5 + 5 + 5 + 6 + 6 + 7 + 8 + 10}{9}$

$= 6\frac{1}{9}$

Modus (nilai yang sering muncul) = 5

Median (nilai tengah) = 6

Latihan dan Pembahasan

Penghasilan rata-rata untuk 6 orang adalah Rp4.500,00. Jika datang 1 orang, maka penghasilan rata-rata menjadi Rp4.800,00. Penghasilan orang yang baru masuk adalah ....

a. Rp9.300,00
b. Rp6.600,00
c. Rp4.650,00
d. Rp3.800,00

Pembahasan: Jumlah penghasilan 6 orang = 6 x Rp4.500,00
= Rp27.000,00

Jumlah penghasilan 7 orang = 7 x Rp4.800,00
= Rp33.600,00

Penghasilan orang yang baru = Rp33.600,00 – Rp27.000,00
= Rp6.600,00

Kunci: B

KOMPETENSI 6

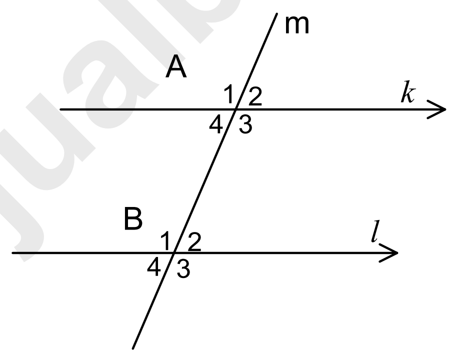
Siswa mampu memahami konsep sudut, garis-garis sejajar, serta mampu menggunakannya dalam menyelesaikan masalah.

RUANG LINGKUP

Aturan sudut pada garis-garis sejajar.

RINGKASAN MATERI

Sudut-sudut yang terjadi pada dua garis sejajar dipotong oleh sebuah garis.



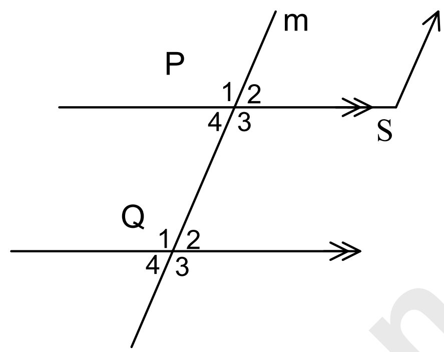
Sudut-sudut yang Besarnya Sama

1. Sudut-sudut sehadap:
   $\angle A_1$ dengan $\angle B_1$
   $\angle A_2$ dengan $\angle B_2$
   $\angle A_3$ dengan $\angle B_3$
   $\angle A_4$ dengan $\angle B_4$
2. Sudut-sudut dalam bersebrangan
   $\angle A_3$ dengan $\angle B_1$
   $\angle A_4$ dengan $\angle B_2$

Sudut-sudut yang Jumlahnya 180°

1. Sudut dalam sepihak:
   $\angle A_3$ dengan $\angle B_2$
   $\angle A_4$ dengan $\angle B_1$
2. Sudut luar sepihak
   $\angle A_1$ dengan $\angle B_4$
   $\angle A_2$ dengan $\angle B_3$

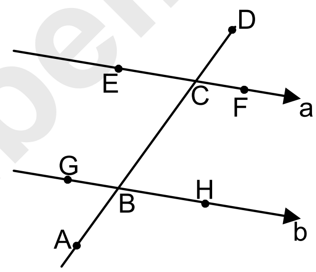
Contoh: Pada gambar di samping, diketahui $\angle Q_2 = 70°$, Hitung $\angle P_2$ dan $\angle S$



Jawab: $\angle P_2 = \angle Q_2$ (sehadap)
$= 70°$
$\angle S + \angle P_2 = 180°$ (dalam sepihak)
$\angle S + 70° = 180°$
$\angle S = 180° - 70°$
$= 110°$

Latihan dan Pembahasan

Perhatikan gambar di samping!
Jika besar $\angle CBH = 62{,}3°$, maka besar $\angle DCE = ...$



a. 27,7°
b. 62,3°
c. 117,7°
d. 118,3°

Pembahasan: $\angle DCF = \angle CBH$ (sehadap)
$= 62{,}3°$

$\angle DCE + \angle DCF = 180°$ (saling berpelurus)
$\angle DCE + 62{,}3° = 180°$
$\angle DCE = 180° - 62{,}3°$
$= 117{,}7°$

Kunci: C

KOMPETENSI 7

Siswa mampu memahami konsep transformasi, serta mampu menggunakannya dalam menyelesaikan masalah.

RUANG LINGKUP

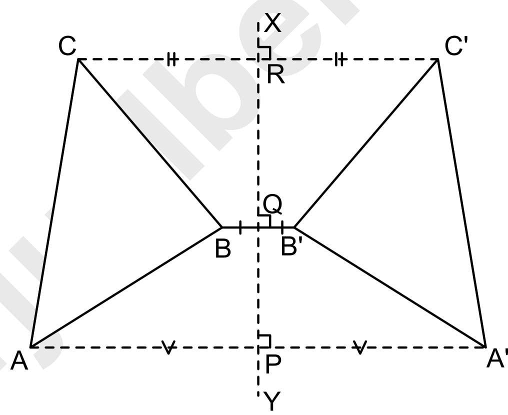
Refleksi, translasi, rotasi, dan dilatasi

RINGKASAN MATERI

Refleksi (Pencerminan)

1. Pencerminan terhadap sebuah garis.

   Pada gambar di samping, ΔA'B'C' adalah bayangan ΔABC pada pencerminan terhadap garis XY.



   Sifat-sifat pada pencerminan:

   a. Jarak setiap titik asal terhadap cermin sama dengan jarak bayangannya terhadap cermin itu. (AP = A'P, BQ = B'Q, dan CR = C'R)
   b. Garis yang menghubungkan titik asal dan bayangannya selalu tegak lurus terhadap cermin. (AA' ⊥ XY, BB' ⊥ XY, dan CC' ⊥ XY)
   c. Pada pencerminan terhadap garis, maka suatu bangun dan bayangannya akan kongruen. (ΔABC kongruen dengan ΔA'B'C')

2. Pencerminan terhadap garis pada bidang koordinat

Titik Asal	Pencerminan terhadap	Bayangan
(a, b)	Sumbu x	(a, –b)
(a, b)	Sumbu y	(–a, b)
(a, b)	garis y = x	(b, a)
(a, b)	garis y = –x	(–b, –a)
(a, b)	garis x = h	(2h – a, b)
(a, b)	garis y = h	(a, 2h – b)

<u>Contoh</u>: Tentukan koordinat bayangan titik A(2,3) pada pencerminan terhadap garis x = 7.

<u>Jawab</u>: a = 2   b = 3   h = 7
A’ (2h – a, b)
A’ (2(7) – 2, 3)
A’ (12, 3)

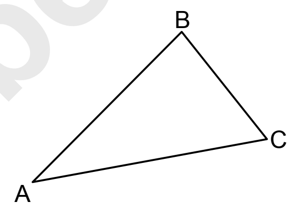
RINGKASAN MATERI

Translasi (pergeseran)

a. <u>Pengertian translasi</u>

Dalam translasi, sebuah bangun berpindah dengan arah dan jarak tertentu.
Arah perpindahan disebut **arah translasi** dan jarak perpindahan disebut **besar translasi**.
Jadi sebuah translasi ditentukan oleh arah dan besarnya.

Pada translasi, $\overrightarrow{AB}$ menyatakan besar dan arah A ke B sedangkan AB hanya menyatakan jarak atau panjang AB, sehingga $\overrightarrow{AB} \oplus \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.
$\oplus$ artinya “dilanjutkan dengan” tetapi AB + BC > AC.



b. <u>Translasi dengan pasangan bilangan</u>

Suatu translasi dapat dinyatakan dengan suatu pasangan bilangan $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ dengan x sebagai komponen horizontal dan *y* sebagai komponen vertikal.

$\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$ berarti 3 satuan ke kanan dan 2 satuan ke atas.

$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix} -4 \\ -5 \end{pmatrix}$ berarti 4 satuan ke kiri dan 5 satuan ke bawah.

Pada translasi $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ berlaku rumus bayangan $A(a, b) \rightarrow A'(a + x, b + y)$

<u>Contoh</u>: Tentukan koordinat bayangan titik P(2, 3) pada translasi oleh $\begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}$.

<u>Jawab</u>: a = 2, b = 3, x = 4, dan y = 5
P’(a + x, b + y)
P’(2 + 4, 3 + 5)
P’(6, 8)

Latihan dan Pembahasan

Titik B(–6, 10) direfleksikan terhadap garis x = –3, kemudian bayangannya ditranslasi $\begin{pmatrix} 4 \\ -9 \end{pmatrix}$. Koordinat bayangan terakhir titik B adalah ....

a. B'= (1, 4)
b. B'= (4, –1)
c. B'= (4, 1)
d. B'= (–4, 1)

Pembahasan: B(–6, 10) direfleksikan terhadap garis x = –3
a = –6, b= 10, dan h = –3
B'(2h – a, b)
B'(2(–3) – (–6), 10)
B'(0, 10)
Kemudian B'(0, 10) ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix} 4 \\ -9 \end{pmatrix}$, maka
B''(0 + 4, 10 + (–9))
B''(4, 1)

Kunci: C

RINGKASAN MATERI

Rotasi (Perputaran)

a. Pengertian Rotasi

Dalam suatu rotasi pada bidang datar ditentukan oleh pusat rotasi, besar sudut rotasi dan arah rotasi (searah atau berlawanan dengan arah putaran jarum jam).

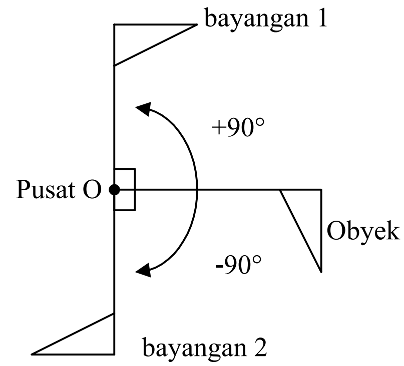
Pada rotasi dengan pusat O(0, 0) sejauh 90° berlawanan arah dengan arah putaran jarum jam dapat dinyatakan dengan (0, 90°).

Pada rotasi dengan pusat O(0, 0) sejauh 90° searah dengan putaran jarum dapat dinyatakan dengan (0, –90°).

Jadi:

Arah putaran yang berlawanan dengan arah putaran jarum jam adalah rotasi bernilai positif (+). dan arah putaran yang searah putaran jarum jam adalah rotasi bernilai negatif (–)

Perhatikan gambar di samping.
Bayangan 1 adalah hasil rotasi obyek terhadap (0, 90°). Sedangkan bayangan 2 adalah hasil rotasi obyek terhadap (0, –90°).



b. <u>Rumus rotasi pada bidang koordinat</u>

Titik Asal	Rotasi	Bayangan
(a, b)	(0, 90°) atau (0, –270°)	(–b, a)
(a, b)	(0, –90°) atau (0, 270°)	(b, –a)
(a, b)	(0, 180°) atau (0, –180°)	(–a, –b)

Catatan: Besar putaran 90° sama artinya dengan putaran –270°

<u>Contoh</u>: Tentukanlah koordinat bayangan titik A(–5, 3) pada rotasi dengan pusat O(0, 0) sejauh 90° berlawanan arah dengan putaran jarum jam.

<u>Jawab</u>: $A(a, b) \xrightarrow{(0,\ 90^o)} A'(-b, a)$

maka:

$A(-5, 3) \xrightarrow{(0,\ 90^o)} A'(-3, -5)$

Latihan dan Pembahasan

Titik A(–2, 5) ditranslasikan oleh $\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}$, kemudian dirotasi dengan pusat O sejauh 90° berlawanan dengan arah jarum jam. Koordinat bayangan titik A adalah ....

a. (–2, 6)
b. (–2, –6)
c. (2, 6)
d. (2, –6)

Pembahasan: A(–2, 5) ditranslasi oleh $\begin{pmatrix}-4\\-3\end{pmatrix}$, maka bayangannya:

A'(–2 + (–4), 5 + (–3))
A'(–2 – 4, 5 – 3)
A'(–6, 2)

maka A(a, b) $\xrightarrow{(0,\ 90^{\circ})}$ A'(–b, a)

A(–6, 2) $\xrightarrow{(0,\ 90^{\circ})}$ A'' (–2, –6)

Kunci: B

RINGKASAN MATERI

Dilatasi (Perkalian)

<u>Perhitungan Dilatasi</u>

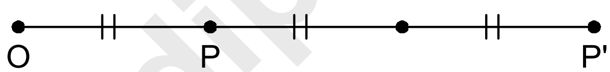
Dilatasi adalah transformasi bidang yang memetakan setiap titik P pada bidang ke satu titik P' sedemikian sehingga $\overrightarrow{OP'} = k\,\overrightarrow{OP}$ dengan O sebagai pusat dan k faktor skala.

$\overrightarrow{OP'} = k\,\overrightarrow{OP}$ artinya OP' adalah k kali OP.

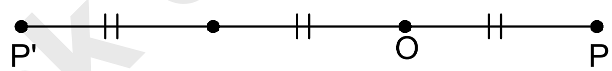
Titik O, P, dan P' terletak pada satu garis lurus.

1. **Faktor skala (k) positif**

   $\overrightarrow{OP'}$ memiliki arah yang sama dengan $\overrightarrow{OP}$

   Contoh: 

$\overrightarrow{OP} = 3\,\overrightarrow{OP}$

   Contoh: 

$OP' = -2\,\overrightarrow{OP}$

   Suatu dilatasi dengan pusat O(0, 0) dan faktor skala *k* dapat dinyatakan dengan [O, *k*].

<u>Rumus dilatasi pada bidang koordinat</u>

Pada dilatasi [O, k], maka:
A(a, b) ⟶ A'(k x a, k x b)

Contoh: Tentukan koordinat bayangan titik B(–7, 8) pada dilatasi dengan pusat O(0, 0) dan faktor skala –5.

Jawab: a = –7, b= 8, dan k = –5

B'(k x a, k x b)

B'(–5 x –7, –5 x 8)

B'(35, –40)

Latihan dan Pembahasan

Titik P(6, –9) dilatasi dengan pusat O(0, 0) dan faktor skala 3, kemudian bayangannya ditranslasikan dengan $\begin{pmatrix} -10 \\ 18 \end{pmatrix}$. Koordinat bayangan titik P adalah ....

a. (–7, 30)
b. (7, 6)
c. (–8, 15)
d. (8, –9)

Pembahasan: a = 6, b = –9, dan k = 3

maka: P'(k x a, k x b)

P'(3 x 6, 3 x –9)

P'(18, –27) kemudian ditranslasi $\begin{pmatrix} -10 \\ 18 \end{pmatrix}$

P'' = (18 – 10 , – 27 + 18)

P'' = (8, – 9)

Kunci: D